

*A. M. СЕРГІЄНКО, П. М. КАЛІНІН, Н. М. ПАВЛОВА, О. І. НАЗАРОВ,  
М. Є. СЕРГІЄНКО, В. О. ДУНАЄВСЬКИЙ, О. В. ТИТАРЕНКО*

## **ЗМІНИ НОРМАЛЬНИХ НАВАНТАЖЕНЬ НА КОЛЕСА АВТОМОБІЛЯ ПРИ РУХУ НА КОСОГОРІ**

У статті розглянуті питання наближеної оцінки перерозподілу нормальних реакцій на колеса автомобіля у різних умовах його експлуатації. Визначено вплив зміни положення центру на мас (горизонтальної та вертикальної координати центра мас автомобіля) на розподіл нормальних реакцій на колеса при різних варіантах руху: автомобіль рухається на похилій поверхні, косогорі, у режимі повороту або на віражі. Побудована з використанням положень теорії подоби математична модель дозволяє оцінювати розподіл навантажень на колеса у безрозмірному вигляді, що дає можливості поширювати отримані чисельні результати на широкий клас колісних машин. Показано, що статичну стійкість положення автомобіля треба оцінювати системно з урахуванням як поздовжнього і поперечного кутового положення автомобіля так і положення центра мас автомобіля. Отримані результати можуть бути використані при побудові системи індивідуального приводу коліс автомобіля з метою покращення його стійкості та ефективної роботи у різних умовах експлуатації (без юзу та буксування).

**Ключові слова:** автомобіль, колесо, рух, косогір, удосконалення, метод, нормальне навантаження, розподіл, оцінка, подоба, положення, експлуатація, віраж, аналіз.

*A. SERGIENKO, P. KALININ, N. PAVLOVA, A. NAZAROV, N. SERGIENKO,  
V. DUNAIEVSKYI, O. TITARENKO*

## **CHANGES IN NORMAL LOADS ON VEHICLE WHEELS WHEN DRIVING ON A SLOPE**

In the article, issues of approximate evaluation of the redistribution of normal reactions on vehicle wheels under various operating conditions are considered. The influence of changes in the position of the center of mass (horizontal and vertical coordinates of the vehicle's center of mass) on the distribution of normal reactions on the wheels is determined for different motion scenarios: driving on an inclined surface, on a side slope, in turning mode, or on a curve. A mathematical model constructed using the principles of similarity theory makes it possible to evaluate the distribution of wheel loads in a dimensionless form, which allows the obtained numerical results to be extended to a wide class of wheeled vehicles. It is shown that the static stability of the vehicle's position should be assessed systematically, taking into account both the longitudinal and transverse angular position of the vehicle as well as the location of its center of mass. The obtained results can be applied in the development of individual wheel drive systems to improve vehicle stability and ensure efficient operation under various operating conditions (without skidding or slipping).

**Key words:** automobile, wheel, motion, slope, improvement, method, normal load, distribution, evaluation, similarity, position, operation, curve, analysis.

**Вступ.** Якісне застосування прийомів безпечного керування, ефективного використання автомобілів та інших колісних транспортних засобів, включаючи реалізацію зчпних властивостей коліс з опорною поверхнею, можливе лише за умови знання і уявлення суті процесів, які відбуваються під час його руху по пересіченій місцевості з різними дорожніми умовами.

Одним із трендів світового автомобілебудування є застосування комбінованих енергетичних установок із електромеханічною трансмісією. Найбільш поширеним типом такої трансмісії є індивідуальний регульований електропривод (ІРЕ). Тенденція використання ІРЕ змушує ставити та вирішувати задачу ефективного використання електричної енергії, що є актуальною як для автомобілів з ДВЗ, так і з гібридними силовими установками. На даний момент рівень технічної досконалості в галузі електромашинобудування досягнув високих результатів, тому їх використання в автомобілебудуванні вимагає подальшого дослідження взаємодії ведучих коліс з опорною поверхнею у складних дорожніх умовах. Ці дані необхідно враховувати вже на початковій стадії проектування, оскільки максимальна ефективність та

мінімізація нераціонального використання енергії може бути досягнута за рахунок максимальної адаптації системи управління до умов роботи електроприводу ведучих коліс транспортного засобу. Система розподіленого електроприводу визнана однією з найперспективніших електрифікованих силових установок. Серійне виробництво транспортних засобів із розподіленими системами електроприводу відсутнє, за винятком системи приводу коліс, що використовується в автобусах BYD K9. В даний час дослідження в основному зосереджені на стратегіях управління, таких як оптимізація розподілу крутного моменту.

Таким чином для забезпечення раціонального управління індивідуальним приводом ведучих коліс стає актуальною задача оцінки навантажень на кожне з коліс залежно від конструкції автомобіля, профілю дороги та дорожніх умов руху.

**Аналіз останніх досягнень і публікацій.** При розгляді техніко-експлуатаційних властивостей транспортно-технологічного засобу з гібридною енергоустановкою слід приділити увагу умовам та режиму роботи машини. Зокрема, потрібно уважно вивчити можливі як характеристики двигунів, а й зчеплення рушіїв з ґрунтом, опір руху машини [1]. Нормальні реакції, що діють з боку опорної поверхні на колеса машини, визначають не тільки максимальне значення зчіпних сил, а й впливають на значення сил опору коченню, величину поздовжніх та бічних реакцій. У процесі руху нормальні реакції на колесах безперервно змінюються, збільшення нормальних реакцій на передніх колесах викликає зменшення нормальних реакцій задніх коліс на ту ж величину. При русі в повороті на косогорі навантаження змінюється на кожному з коліс.

У роботі [2] запропоновано метод визначення нормальних реакцій на передніх та задніх колесах при прискореному русі на підйомі рівною дорогою. Зміна профілю дороги призводить до збільшення нерівномірності реакцій коліс.

Автором [3] представлені аналітичні вирази визначення нормальних реакцій при наїзді та з'їзді з нерівності з урахуванням профілю та зчіпних властивостей покриття, а також вагових та геометричних параметрів колісної машини, проте оцінки впливу останніх не відображено.

Дослідження зміни нормальних реакцій у складних дорожніх умовах дозволяє вирішувати різні завдання. Так у статті [4] пропонується один із способів оцінки траєкторії руху легкових автомобілів при дослідженні причин виникнення та реконструкції обставин дорожньо-транспортних пригод. Основою запропонованого способу є математична модель оцінки траєкторії руху автомобіля при гальмуванні, яка дозволяє врахувати перерозподіл вертикальних реакцій не тільки по осях, а й по бортах автомобіля, і дає можливість встановити момент виникнення юза кожного колеса.

Нормальна реакція суттєво впливає на величину гальмівних сил не тільки на колеса одиночного транспортного засобу, а й на машинах з причепами [5]. При використанні машин з ІРЕ на пересіченій місцевості потрібна оцінка пливу конструктивних параметрів на зміну нормальних реакцій коліс при зміні положення машини в просторі.

Розподіл ваги у важких електромобілях з акумуляторними батареями впливає не лише на показники автомобіля, а й на експлуатаційні характеристики дорожнього покриття [6]. Оцінка навантажень на складних ділянках колії дозволяє попередньо оцінити можливості подолання та пошкодження ділянок дороги.

Зрозуміло, що найбільш складним рухом автомобіля є рух на косогорі, де потрібно підвищення тягово-зчіпних властивостей при зміні нормального навантаження на кожне колесо бортів і осей до буксування або юзу, а це вимагає більш докладного його дослідження.

Зокрема, слід визначити поріг зниження або відключення крутного моменту, що підводиться до кожного з ведучих коліс автомобіля і приводить до зміни необхідної величини струму джерела електричної енергії приводного електродвигуна. Останнє треба враховувати під час створення системи керування електроприводом.

Також слід зазначити те, що зі зростанням нормального навантаження необхідно забезпечувати необхідний приріст тягової сили і перерозподіляти її менш пропорційно зміні

нормального навантаження, щоб не перевантажувати колесо більшим навантаженням і зберегти при цьому властивості працездатності шини.

Інформація про зміну реакцій на колесах потрібна як при розгоні автомобіля [7], так і в статичному положенні перед початком руху тому, що це необхідно для визначення максимального початкового крутного моменту на ведучі колеса. Вибір значення моменту треба робити з оцінкою його необхідності та можливості раціональної реалізації. Пікові значення крутного моменту потребують відповідного короткочасного, імпульсного зростання струму значної амплітуди, а це призводить до нераціонального використання енергії.

При створенні ІЕП з метою зменшення перерозподілу нормальних реакцій використовуються різні конструкції електродвигунів. Наприклад, застосування 2-х роторного електродвигуна [8] дозволяє знизити дисбаланс нормальних реакцій на колеса. При цьому необхідно враховувати вимоги для зазначеного приводу [9], але з урахуванням змін навантажень на колесах.

Перевірку ефективності реалізації такого приводу теоретично можна оцінити за допомогою математичної моделі [10]. Однак при цьому необхідно враховувати зміни нормальних реакцій коліс у критичних умовах руху автомобіля чи іншої самохідної платформи [11, 12].

Питанням розподілу нормальних реакцій, як важливого фактору, що визначає статичну стійкість автомобіля, присвячені чисельні роботи [13-18], проте вони не характеризують процес розподілу реакцій і не орієнтовані на використання комбінованих енергетичних установок з електромеханічною трансмісією.

**Мета та постановка задачі.** Метою цієї роботи є удосконалення наближеного методу дослідження впливу конструктивних параметрів та умов експлуатації автомобіля на перерозподіл нормальних навантажень на його колеса з подальшим використанням отриманих результатів під час розробки системи керування індивідуальним приводом коліс.

**Основна частина.** Визначаємо вплив різних конструктивних та кінематичних параметрів на розподіл нормальних реакцій на ходові колеса автомобіля. Допускаємо що ці реакції прикладені у точці контакту колеса з дорогою (відхиленням точки контакту внаслідок деформування колеса нехтуємо).

Показники руху автомобіля залежить від маси автомобіля, висоти центру ваги, бази автомобіля і ширини колії; розміру, типу і стану шин, конструкції і регулювання гальм, профілю і радіусу кривизни дороги, стану покриття, швидкості і напрямку руху, вміння керувати автомобілем (особливо при гальмуванні).

При вивченні руху автомобіля дуже важливими є питання, що пов'язані з поздовжньою та поперечною стійкістю автомобіля. Найважливішим фактором, що визначає стійкість автомобіля, є значення нормального  $R_a$  зусилля взаємодії колеса з дорогою, яке пов'язане і з питаннями зчеплення, буксування, заносу та юзу коліс на дорозі та питаннями перекидання автомобіля.

При визначенні нормальних реакцій дороги на колеса автомобіля (автотранспортного колісного засобу) прийнято наступні допущення: 1) автомобіль розглядаємо як абсолютно жорстке тіло, відносними переміщеннями кузова, осей коліс та деформаціями коліс нехтуємо; 2) всі колеса автомобіля знаходяться в однакових по зчепленню з опорною поверхнею умовах; 3) за компоновальною схемою колеса розраховані симетрично в поздовжньому та поперечному напрямках; 4) впливом сили опору повітря нехтуємо; 5) автомобіль знаходиться в умовах статичної рівноваги.

Дослідження розподілу нормальних реакцій  $R_a$  на колесах автомобіля розглянемо для наступних *можливих умов руху*: 1) прямолінійних рух на ухилі (поздовжній рух на ухилі); 2) прямолінійних рух на косогорі (поперечний рух на ухилі); 3) сталий круговий рух (поворот) на горизонтальній дорозі; 4) рівномірний рух на віражі при постійному радіусу.

Для спільності розгляду різних умов руху виберемо локальну систему координат, яка пов'язана з автомобілем:  $X$  – поздовжня вісь автомобіля,  $Y$  – поперечна вісь автомобіля, а вісь

$Z$  направлена перпендикулярно до полотна дороги, якою рухається автомобіль (рис. 1). Положення початку системи координат (точки  $O$ ) розташовуємо в геометричному центрі площини розташування точок контакту коліс автомобіля з дорожнім покриттям. При цьому вісь  $OX$  визначає напрямку руху автомобіля, вісь  $OZ$  визначає напрямку дії сили тяжіння  $Q_a$  автомобіля, а вісь  $OY$ , відповідно, спрямована перпендикулярно напрямку руху автомобіля.

Система координат  $OXYZ$  є рухомою щодо глобальної декартової системи  $OUVW$  координат, яка пов'язана із землею.

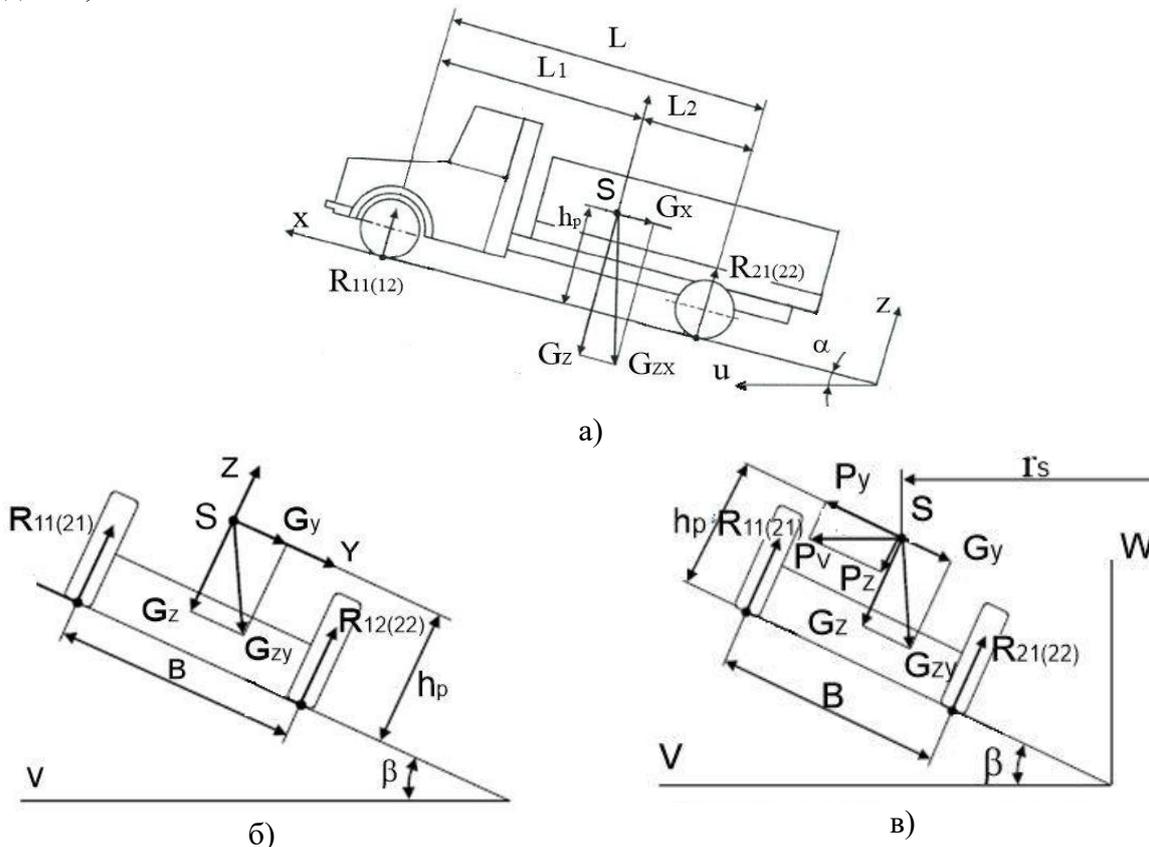


Рис. 1– Схема для визначення нормальних реакцій

Кутове положення автомобіля у просторі (нерухомій системі координат  $OUVW$ ) визначає кут ухилу  $\alpha = \angle UOX$  та кут косоугру  $\beta = \angle VOY$  (рис. 1).

Число коліс автомобіля прийнято  $n = 4$ , а для їх визначеності застосовано подвійний індекс  $ij$  ( $i$  – індекс моста,  $j$  – індекс борту): 11 і 12 – внутрішнє та зовнішнє колеса переднього (1) моста, 21 і 22 – відповідно внутрішнє та зовнішнє колеса заднього (2) моста автомобіля.

До основних геометричних розмірів автомобіля відносимо його колісну базу  $L_a$  та колію  $B_a$ . Колісна база  $L_a$  легкових автомобілів істотно відрізняється залежно від класу, варіюючи від найменших автомобілів (клас А – до 2400 мм) до представницьких (клас F – більше 2950 мм). Колію  $B_a$  автомобіля для забезпечення його поперечної стійкості узгоджують з базою:  $B_a = k_y \cdot L_a$ . При цьому коефіцієнт стійкості  $k_y$  для легкових автомобілів лежить у межах 0,5...0,6, а для вантажних автомобілів для компенсації високого розташування центра тяжіння автомобіля – 0,55...0,65.

При проведенні досліджень і поширення отриманих результатів користуємося положеннями теорії подоби і у якості критеріїв подоби обраємо параметри  $\pi_L = L_a$  та  $\pi_G = Q_a / 100$ , де  $Q_a$  – вага автомобіля, Н;  $L_a$  – база автомобіля, м.

Подальші розрахунки ведемо з безрозмірними (відносними) параметрами, зокрема,

$L = L_a / \pi_L$ ,  $B = B_a / \pi_L$ ,  $G_a = Q_a / \pi_G$ ,  $R = R_a / \pi_G$  тощо.

З урахуванням того, що:

$$R = R_a / \pi_G = R_a / (Q_a / 100) = (R_a / Q_a) \cdot 100 \quad (1)$$

маємо наступне – безрозмірний силовий параметр  $R$  чисельно дорівнює реальному зусиллю  $R_a$ , як проценту від дійсної ваги  $G_a$  автомобіля, а це сприяє кращому розумінню отриманих у чисельному дослідженні результатів.

З урахуванням наведеного, у системі безрозмірних координат  $OXYZ$  положення центру ваги автомобіля задає точка  $S(x_S, y_S, z_S)$ , а координати  $(x_k, y_k, z_k)$  точок контакту  $k$ -го ( $k = 11, 12, 21, 22$ ) колеса автомобіля з дорожнім покриттям визначаються так:

$$\begin{cases} x_{11} = x_{12} = L/2; & x_{21} = x_{22} = -L/2; \\ y_{11} = y_{21} = -B/2; & y_{12} = y_{22} = B/2; \\ z_{11} = z_{12} = z_{21} = z_{22} = 0. \end{cases} \quad (2)$$

У центрі мас автомобіля – точці  $S$  прикладена сила тяжіння  $G_a$ , яку можна розкласти на три складові: нормальну  $G_Z$  складову та поздовжню  $G_X$  і поперечну  $G_Y$  складові, які, відповідно, паралельні опорній поверхні дороги в поздовжньому та поперечному напрямках.

Таким чином, силу тяжіння автомобіля представимо у вигляді  $\vec{G}_a = G_a(\vec{G}_X, \vec{G}_Y, \vec{G}_Z)$ , де складові сили тяжіння визначають залежності:

$$G_Z = G_a / K_a, \quad G_X = G_Z \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad G_Y = G_Z \cdot \operatorname{tg} \beta \quad (3)$$

де:  $K_a = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta}$  – коефіцієнт положення автомобіля у просторі.

Розглядаючи рівновагу автомобіля для визначення нормальних реакцій на колеса з боку дорожнього покриття, скористаємося залежностями:

$$\begin{aligned} R_{Z1} &= R_Z(G_Z) + R_Z(T_Y) - R_Z(T_X), \\ R_{Z2} &= R_Z(G_Z) - R_Z(T_Y) - R_Z(T_X), \\ R_{Z3} &= R_Z(G_Z) + R_Z(T_Y) + R_Z(T_X), \\ R_{Z4} &= R_Z(G_Z) - R_Z(T_Y) + R_Z(T_X) \end{aligned} \quad (4)$$

$$R_Z(G_Z) = G_Z / n; \quad R_Z(T_Y) = 2 \cdot T_Y / (n \cdot L); \quad R_Z(T_X) = 2 \cdot T_X / (n \cdot B) \quad (5)$$

$$T_X = z_S \cdot G_Y + y_S \cdot G_Z; \quad T_Y = z_S \cdot G_X - x_S \cdot G_Z \quad (6)$$

При визначенні умов статичної стійкості автомобіля, як правило, вважають, що центр мас  $S(x_S, y_S, z_S)$  розташовується на поздовжній площині симетрії ( $y_S = 0$ ), звичайно посередині бази ( $x_S = 0$ ). Висоту центру мас  $z_S = h_P / \pi_G$  наближено (у загальному випадку) визначають у межах  $0,2 \dots 0,35$ , де менші значення відповідають легковим автомобілям у спорядженому стані, більші значення – вантажним автомобілям.

З урахуванням наведеного у якості тестової моделі автомобіля для дослідження вибираємо модель (*bazal*), у якій центр мас визначає точка  $S(0; 0; 0,3)$ , що відповідає нормальним умовам експлуатації широкого класу автомобілів і дає змогу визначити основні тенденції перерозподілу нормальних зусиль на колеса автомобіля.

На рис. 2 наведені результати впливу кута ухилу  $\alpha$  на перерозподіл реакцій  $R_k$  при горизонтальному розташуванні автомобіля ( $\beta = 0$ ) та на косогорі ( $\beta = 10^\circ$ ).

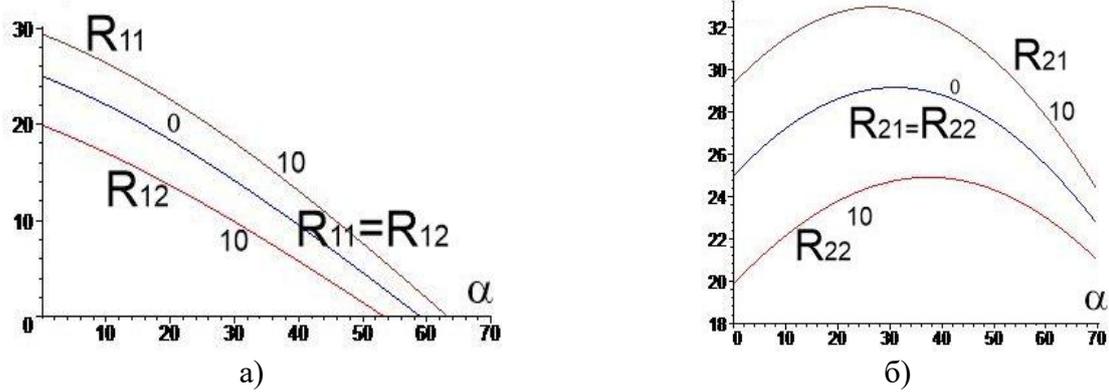


Рис. 2 – Розподіл нормальних зусиль  $R_Z(\alpha)$ : 0 – при  $\beta = 0$ ; 10 – при  $\beta = 10^\circ$

Аналіз результатів показує, що зі збільшенням кута ухилу  $\alpha$  зусилля на колеса переднього мосту автомобіля постійно знижуються і при певному куті  $\alpha$  відбувається відрив коліс від дорожнього покриття, тобто перекидання автомобіля (рис. 2, а). Інакше відбувається навантаження коліс заднього моста: спочатку навантаження на колеса зростає, а потім падає, що пов'язано зі зменшенням нормальної складової сили тиску автомобіля на дорожнє покриття при великих кутах ухилу (рис. 2, б). Слід також відзначити тенденцію зміни реакцій при розташуванні на косогорі: зі збільшенням кута  $\beta$  косогору колеса внутрішнього борту автомобіля ( $R_{11(21)}$ ) довантажуються, а зовнішнього борту ( $R_{12(22)}$ ) – розвантажуються і при цьому перекидання автомобіля настає раніше ніж при  $\beta = 0$ . Більш повна картина перерозподілу нормальних зусиль у двовимірному та тривимірному зображенні представлена на рис. 3 та рис. 4 відповідно.

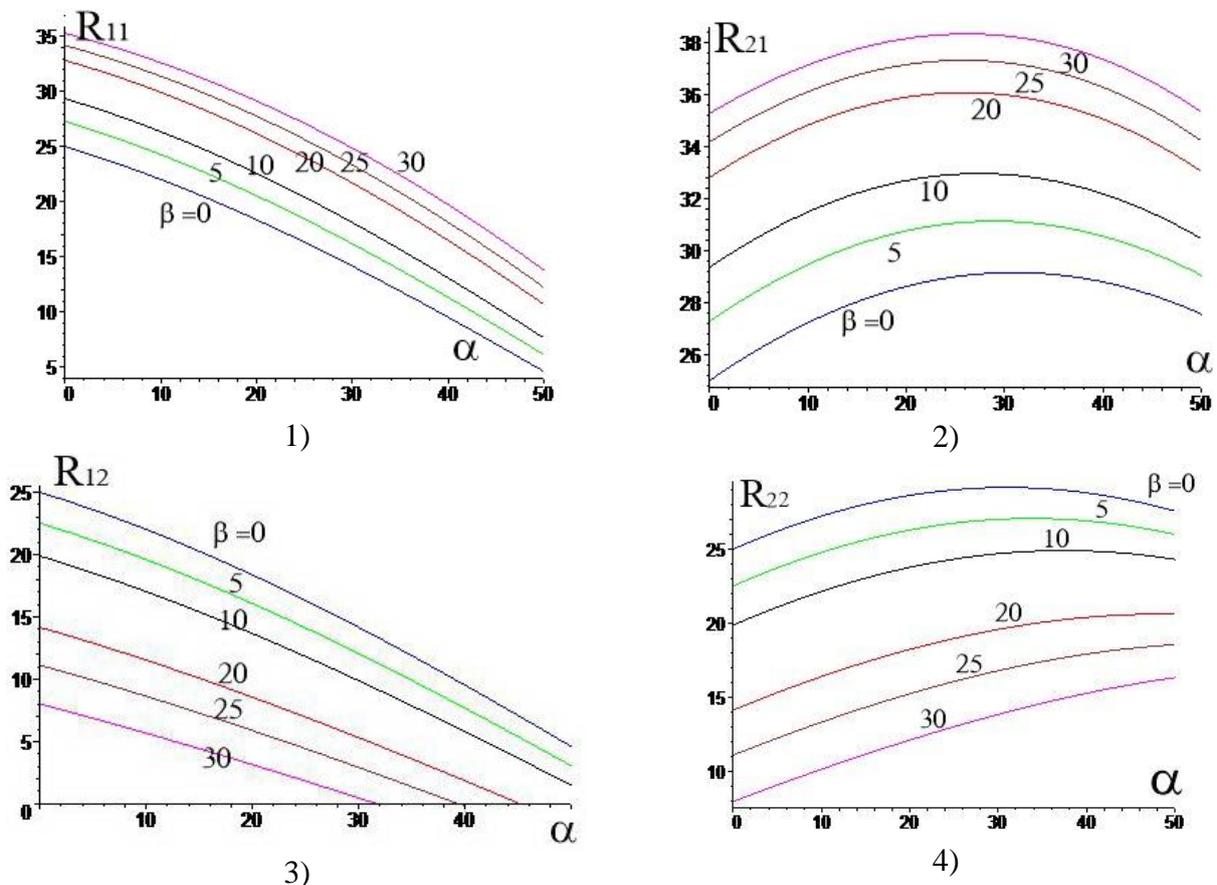


Рис. 3 – Залежність (1-4) реакцій  $R_Z(\alpha)$  при  $\beta = 0; 5^\circ; 10^\circ; 20^\circ; 25^\circ; 30^\circ$

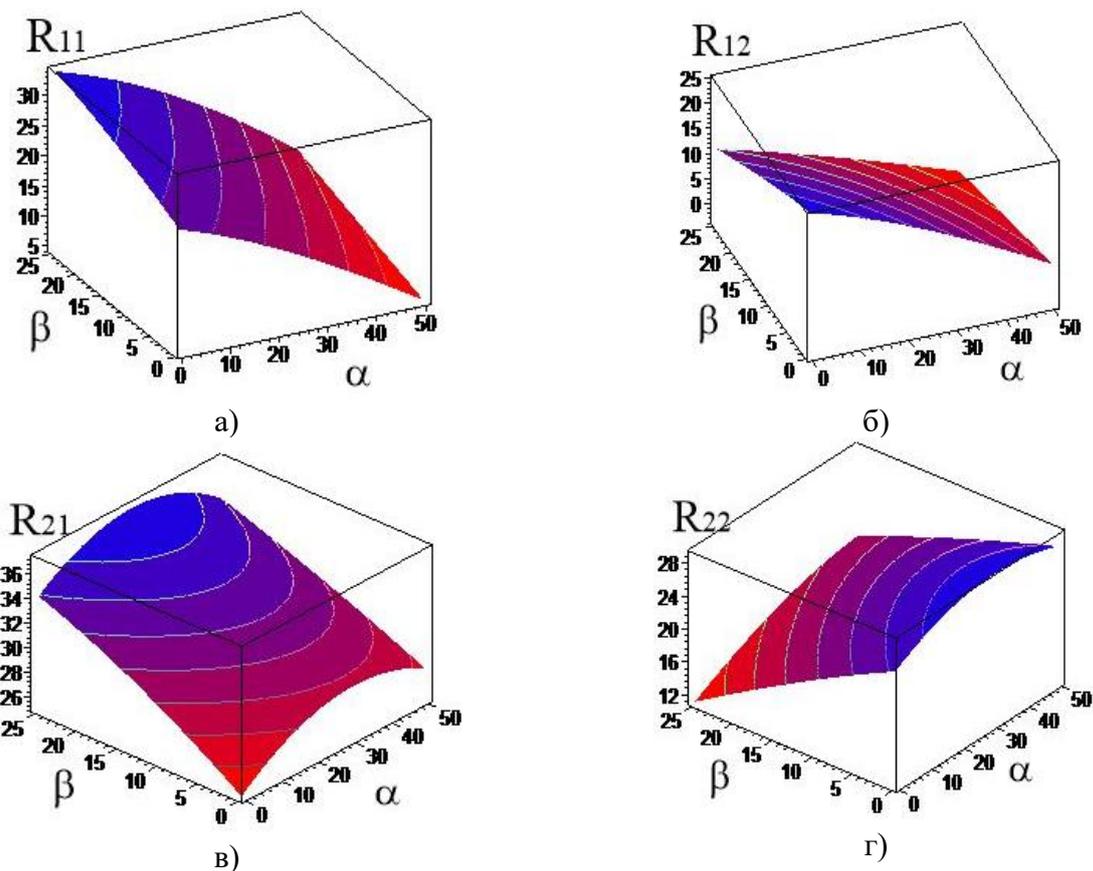


Рис. 4 – Розподіл нормальних реакцій  $R_Z(\alpha, \beta)$

На рис. 5 наведені (у вигляді ліній рівного рівня) результати впливу кута ухилу  $\alpha$  та кута косогору  $\beta$  на розподіл нормальних реакцій  $R_Z(\alpha, \beta)$  на колеса автомобіля.

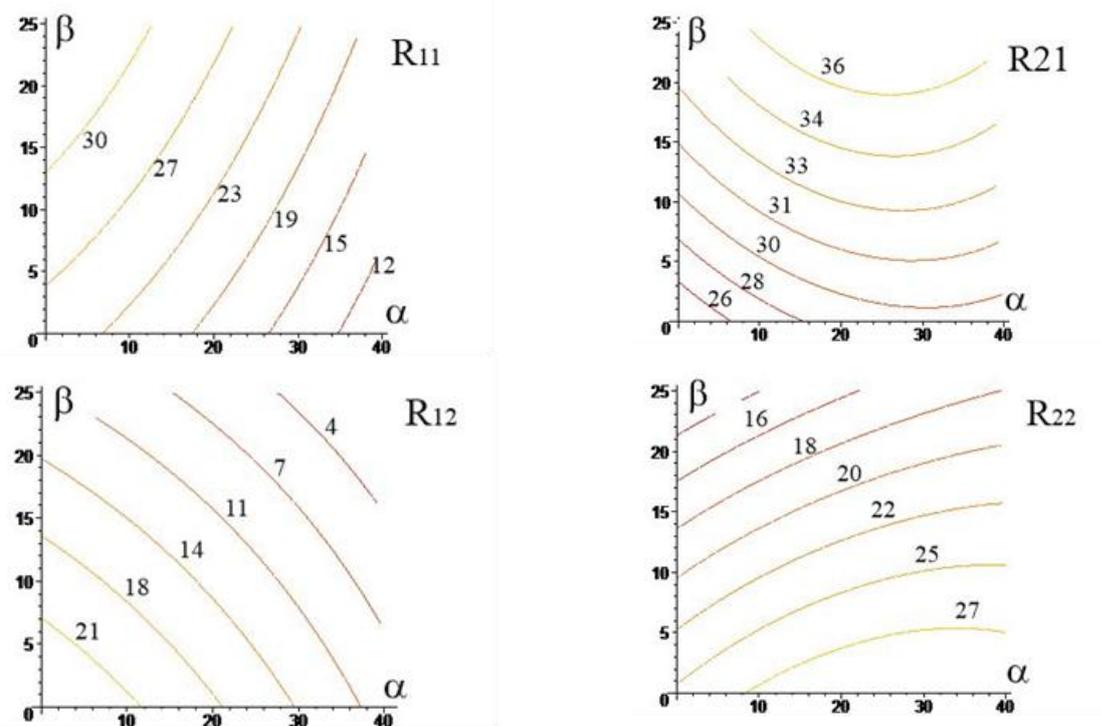


Рис. 5 – Розподіл нормальних реакцій  $R_Z(\alpha, \beta)$

Як видно з рис. 5 найбільш небезпечним колесом є колесо з індексом 12, для якого при  $\alpha > 30^\circ$  і  $\beta > 20^\circ$  навантаження на колесі складає менше 7% від ваги автомобіля.  $\beta \approx 38^\circ$

На рис. 6 наведено розподіл нормальних реакцій  $R_Z(\beta)$  при різних кутах  $\alpha$ , що зокрема також дозволяє визначати критичні кути нахилу  $\beta^*$  косоугору, коли можливим буде перекидання автомобіля тобто коли  $R_{12}(\beta^*) = 0$ , зокрема при  $\alpha = 10^\circ - \beta \approx 38^\circ$ , а при  $\alpha = 20^\circ$  критичний кут  $\beta \approx 35^\circ$ .

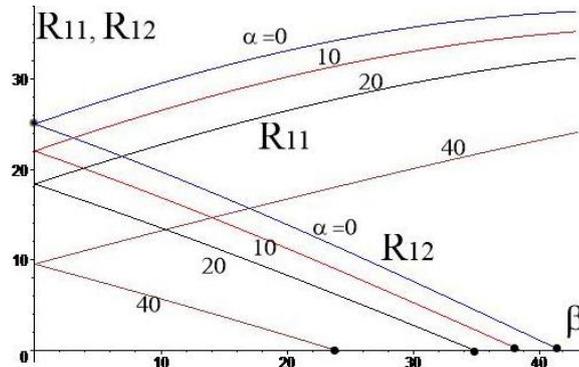


Рис. 6 – Розподіл  $R_Z(\beta)$  при  $\text{var } \alpha : \alpha = 0; 10^\circ; 20^\circ; 40^\circ$

Важливим фактором, що впливає на розподіл нормальних зусиль на колеса автомобіля є розташування його центру мас (ЦМ), положення якого визначає конструкція машини та умови її завантаження.

У поздовжньому напрямку ЦМ зазвичай розташований приблизно посередині бази, іноді ближче до переднього моста (якщо двигун спереду) і ближче до заднього моста (якщо двигун позаду). Для типового легкового автомобіля відстань від передньої осі до ЦМ  $\approx 45\text{--}60\%$  колісної бази тобто  $-0,05 < x_S < 0,10$ .

У поперечному напрямку у симетрично навантаженій машині ЦМ майже точно на поздовжній осі. Зміщення вліво/вправо через різні варіанти компоновки та навантаження зазвичай не перевищує 2–5 % колії.

З урахуванням наведеного проведено дослідження впливу положення центру мас автомобіля на розподіл нормальних зусиль на колеса автомобіля, деякі результати якого наведені нижче.

На рис. 7 наведено розподіл нормальних реакцій  $R_Z(\alpha, \beta)$  на ухилі та на косоугорі при зміні висоти  $z_S$  розташування центра тяжіння автомобіля ( $z_S = 0,2; 0,3; 0,4; 0,6$ ).

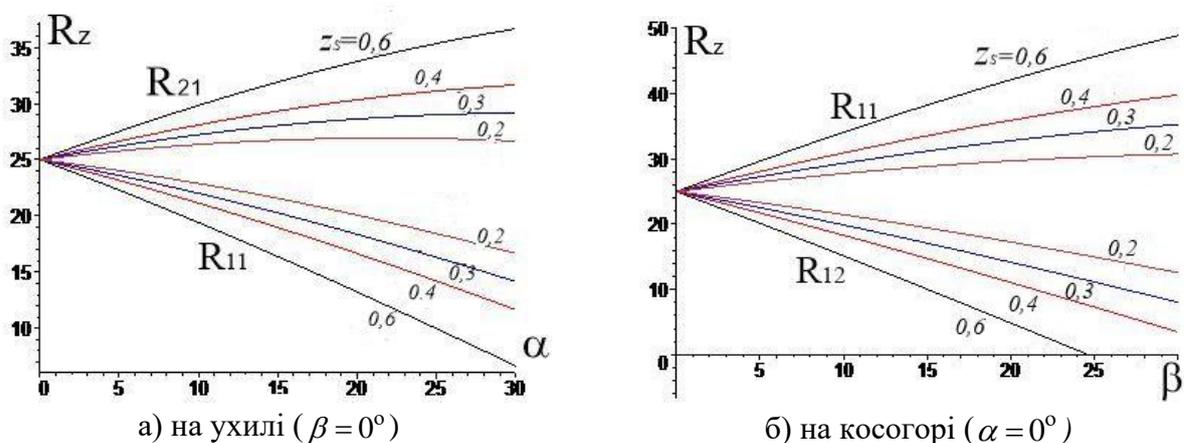


Рис. 7 – Вплив положення  $z_S$  центру мас на розподіл реакцій  $R_Z(\alpha, \beta)$

Як і очікувалося, збільшення висоти розташування ЦМ зменшує нормальні реакції на колеса першого місту на ухилі і на колеса зовнішнього борту на косягорі. Зокрема, при  $z_S = 0,6$  найменша реакція на колеса складає до 10 % від  $G_a$  при  $\alpha > 25^\circ$  або при  $\beta > 15^\circ$ .

Деяка інформація про вплив зміни положення ЦМ на розподіл нормальних реакцій на колеса при  $z_S = 0,3$  наведена у табл. 1.

Таблиця 1 – Нормальні реакції на колеса в залежності від положення ЦМ

№	Кути $\alpha, \beta$	Центр мас		Нормальні реакції на колеса			
		$x_S$	$y_S$	$R_{11}$	$R_{12}$	$R_{21}$	$R_{22}$
1	$\alpha = \beta = 0$	0	0	25,0	25,0	25,0	25,0
2		0,05	0,05	32,2	22,8	27,2	17,8
3			-0,05	22,8	32,2	17,8	27,2
4		-0,15	0,05	22,2	12,8	37,2	27,8
5			-0,05	12,8	22,2	27,8	37,2
6	$\alpha = \beta = 10^\circ$	0	0	26,50	16,9	31,6	22,0
7		0,05	0,05	33,5	14,8	33,8	15,0
8			-0,05	24,4	23,9	24,7	24,1
9		-0,15	0,05	23,8	5,1	43,5	24,7
10			-0,05	14,7	14,2	33,4	33,8
11	$\alpha = \beta = 20^\circ$	0	0	26,47	8,3	36,2	18,0
12		0,05	0,05	32,9	6,3	38,1	11,6
13			-0,05	24,5	14,7	29,8	19,9
14		-0,15	0,05	24,0	-2,6	47,0	20,5
15			-0,05	15,6	5,8	38,7	28,8

Як і очікувалося, найбільш «цікавим» є праве колесо першого мосту автомобіля тобто колесо з індексом 12. В розглянутому інтервалі зміни положення ЦМ  $S$  чисельне значення нормальної реакції  $R_{12}$  для випадку  $\alpha = \beta = 0$  є постійно найменшим серед реакцій на інші колеса автомобіля. При зміні положення автомобіля (при  $\alpha = \beta = 10^\circ$ ,  $\alpha = \beta = 20^\circ$ ) ця тенденція зберігається, і одночасно значення  $R_{12}$  при цьому зменшується. При  $\alpha = \beta = 20^\circ$  колеса з індексом 12 втрачає контакт з поверхнею дороги.

У роботі досліджено і розподіл нормальних реакцій на колеса автомобіля, коли він спроможний рухатися на криволінійних у плані ділянках дороги. У цьому випадку на автомобіль додатково діє відцентрова сила, яка прямо пропорційна квадрату швидкості  $V$  (км/год) автомобіля та обернено пропорційна радіусу повороту  $r_S$  (м) дороги:

$$Q_V = m_a \cdot V^2 / r_S = Q_a \cdot V^2 / (g \cdot r_S), \quad (7)$$

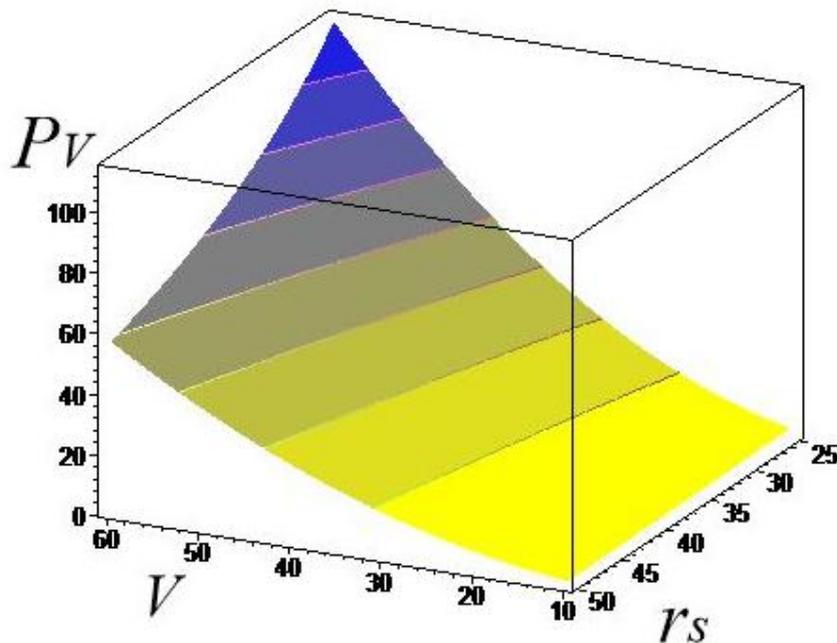
і прикладається у ЦМ автомобіля (рис.1, в).

Перехід від дійсної відцентрової сили  $Q_V$  до безрозмірної сили  $P_V$  здійснюємо за виразом

$$P_V = Q_V / \pi_G = 100 \cdot V^2 / (g \cdot r_S), \quad (8)$$

де:  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$  – прискорення вільного падіння.

У діапазонах зміни швидкості руху автомобіля  $V = (10 \dots 65)$  км/год та радіусу повороту  $r_S = (10 \dots 50)$  м характер зміни сили  $P_V$  наведено на рис. 8.

Рис. 8 – До визначення відцентрової сили  $P_V$ 

Завдяки впливу відцентрової сили відбувається перерозподіл тиску між правими і лівими колесами, внаслідок чого виникає явище бокового уводу шин, яке приводить до підвищення витрат пального, зношування протектора шин та негативно впливає на умови керування автомобілем. Відцентрова сила може також зсунути автомобіля або перекинути його на зовнішній бік кривої.

Поворот дороги з поперечним нахилом (віраж) є частиною внутрішньої поверхні конуса з кутом конусності  $\beta$  (рис. 1). При русі на віражі ЦМ автомобіля описує дугу кола, центр якої лежить у напрямку вершини конуса (правіше правого борту) або основи конуса (лівіше лівого борту автомобіля), що визначає напрямок дії сили  $P_V$ . У разі дії сили  $P_V$ , як показано на рис. 1, в її бічна складова  $P_Y = P_V \cdot \cos \beta$  спрямована протилежно до складової  $G_Y$  сили тяжіння, і це зменшує величину перекидального моменту і результуючу бічну силу  $G_Y - P_Y$ , яка впливає на бічне ковзання автомобіля.

Нормальна складова  $P_Z = P_V \cdot \sin \beta$  відцентрової сили спрямована в бік  $G_Z$ , що збільшує відновлюючий момент на плечі  $h_p$  та нормальні реакції на колеса, і цим забезпечує збільшення сил зчеплення з опорною поверхнею. Такий напрямок дії відцентрової сили приймаємо позитивним (відцентрова сила притискає автомобіль до поверхні дорожнього покриття –  $P_V > 0$ ) і негативним ( $P_V < 0$ ) у протилежному випадку.

На рис. 9 показані результати дослідження перерозподілу реакцій  $R_{11}(P_V)$  та  $R_{12}(P_V)$  при різних кутах косоугру  $\beta = 0; 10^\circ; 20^\circ$  (рис. 9, а, б) і реакцій  $R_{11}(\beta)$  та  $R_{12}(\beta)$  для деяких значень відцентрової сили ( $P_V = 0; \pm 20; \pm 50$ ) для автомобіля, який розташований на горизонтальній ( $\alpha = 0$ ) ділянці дороги (рис. 9, в, г).

При додатній (позитивній) дії відцентрової сили у разі збільшення  $P_V$  навантаження на внутрішні колеса зменшуються, а на зовнішні – збільшуються. При цьому характер зміни майже лінійний.  $R_{12} < 10$

Цікавим є результат, що при  $P_V = 10$  для косоугру  $\beta \approx 20^\circ$  і при  $P_V = 20$  для косоугру  $\beta \approx 35^\circ$  для усіх коліс будуть однакові. У разі  $P_V = 50$  для косоугру  $\beta \leq 6^\circ$  реакція  $R_{11} < 10$ ,

а при  $\beta > 17^\circ$  реакція  $R_{12} < 10$ , тобто складають до 10% від сили тяжіння автомобіля. Відзначимо, що при  $P_V = 70$  маємо  $R_{11} \approx 0$  – відрив внутрішнього колеса.

При від'ємній (негативній) дії відцентрової сили для  $P_V = -20$  реакція  $R_{12} < 10$  буде при  $\beta > 16^\circ$ , а у разі  $P_V = -50$  реакція  $R_{12} < 10$  на будь якому косогорі, а на косогорі на косогорі  $\beta \approx 15^\circ$  маємо  $R_{12} \approx 0$ , тобто відбувається відрив зовнішніх коліс від дороги.

На основі аналізу отриманих результатів (рис. 9) можна також відстежити характер зміни різниці навантажень на колеса внутрішнього та зовнішнього бортів автомобіля, що треба враховувати при розробці індивідуального приводу керування колесами.

Результати дослідження перерозподілу зазначених нормальних зусиль  $R_{11}(\beta)$  та  $R_{12}(\beta)$  на віражу під дією відцентрової сили  $P_V$  на косогорі при русі на підйом ( $\alpha = 0; 10^\circ; 20^\circ; 40^\circ$ ) наведені на рис. 10 для двох випадків:

- 1) при дії позитивної відцентрової сили  $P_V = 20$  (рис. 10, а) та  $P_V = 50$  (рис. 10, в);
- 2) при дії негативної відцентрової сили  $P_V = -20$  (рис. 10, б) та  $P_V = -50$  (рис. 10, г).

Аналіз отриманих результатів дозволяє встановити співвідношення кутів ухилу  $\alpha$ , косогору  $\beta$  та сили  $P_V$ , при яких реакції на колеса будуть складати, наприклад до 10 %.

Зокрема у разі  $P_V = 20$  реакція  $R_{12} \leq 10$  при підйомі  $\alpha = 10^\circ$  буде на косогорі  $\beta > 35^\circ$ , а при підйомі  $\alpha = 20^\circ - \beta > 30^\circ$ . При підйомі  $\alpha \approx 40^\circ$  на косогорі  $\beta < 12^\circ$  реакція  $R_{11} \leq 10$ , а на косогорі  $\beta > 12^\circ$  реакція  $R_{12} \leq 10$ .

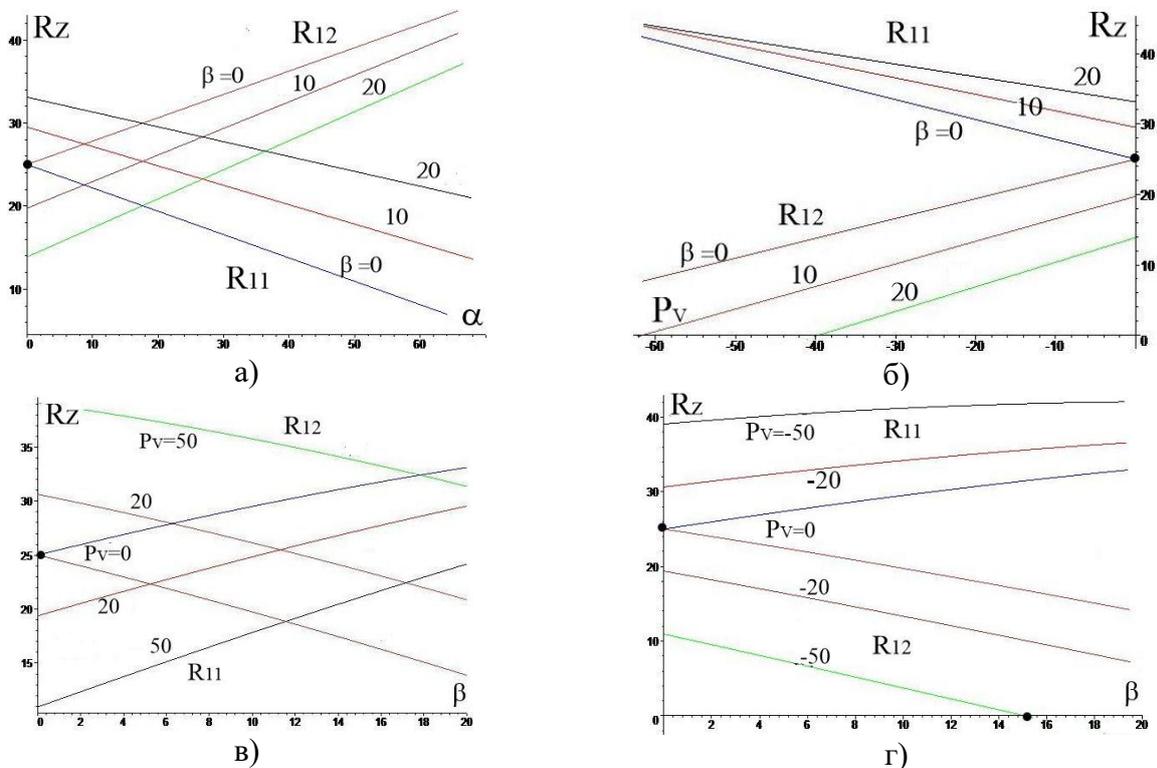


Рис. 9 – Розподіл реакцій  $R_Z(P_V)$  та  $R_Z(\beta)$  на горизонтальній дорозі ( $\alpha = 0$ )

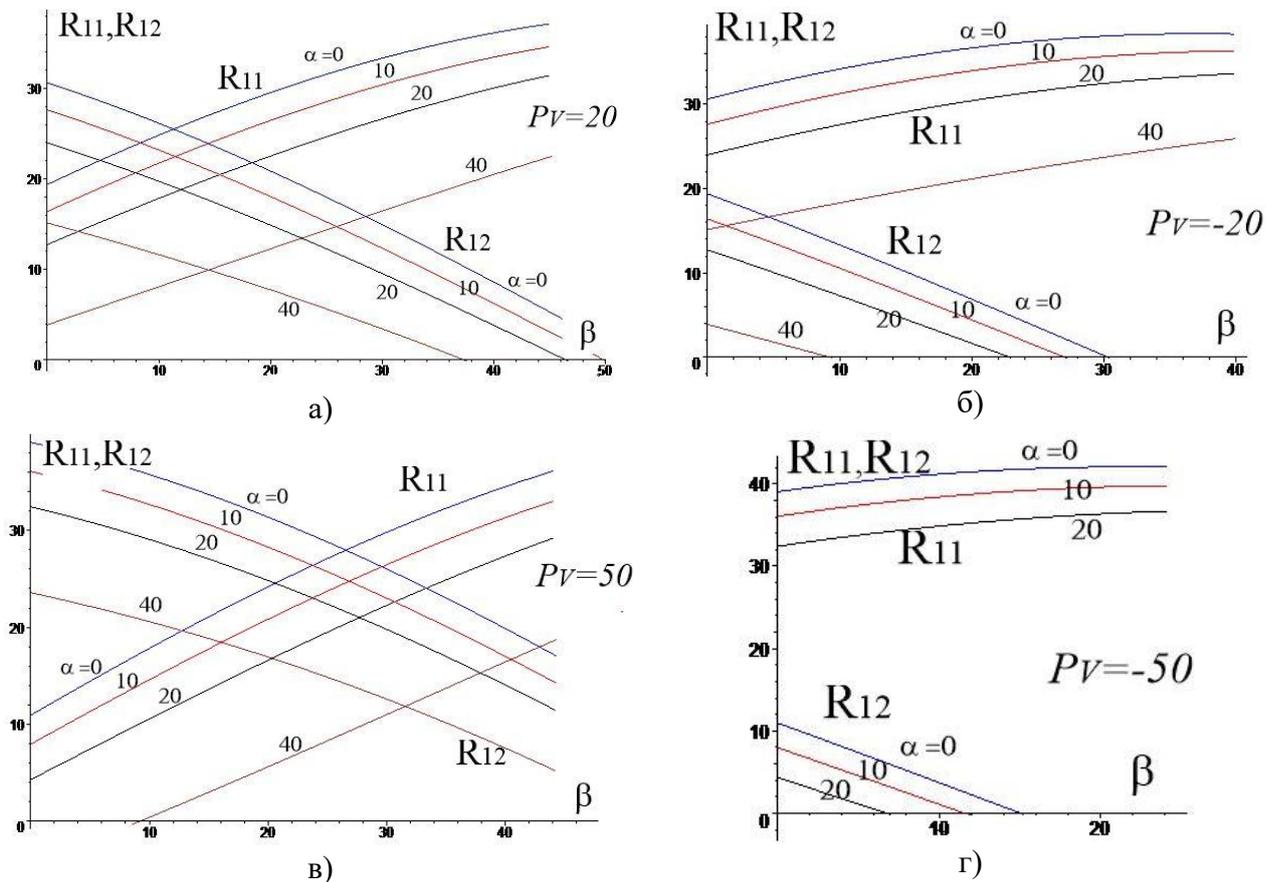


Рис. 10 – Розподіл зусиль  $R_{11(12)}(\beta)$  при  $\text{var } \alpha$  та  $\text{var } P_V$  :

а) –  $P_V = 20$ ; б) –  $P_V = -20$ ; в) –  $P_V = 50$ ; г) –  $P_V = -50$

У разі  $P_V = 50$  реакція  $R_{11} \leq 10$  на підйомі  $\alpha = 10^\circ$  буде на косогорі  $\beta \leq 5^\circ$ , а на підйомі  $\alpha = 20^\circ$  кут косогору збільшується до  $\beta \leq 10^\circ$ . При підйомі  $\alpha \approx 40^\circ$  на косогорі  $\beta < 30^\circ$  реакція  $R_{11} \leq 10$ , а на косогорі  $\beta > 30^\circ$  реакція  $R_{12} \leq 10$ .

У разі негативної дії відцентрової сили  $P_V = -20$  реакція  $R_{12} > 10$  на підйомі з кутами ухилу  $\alpha = 0, 10^\circ, 20^\circ$  буде при кутах косогору  $\beta < 15^\circ, 10^\circ, 5^\circ$ , відповідно). У разі  $\alpha = 40^\circ$  рух автомобіля майже неможливий, бо постійно  $R_{12} < 4$ .

При  $P_V = -50$  незалежно від кута підйому  $\alpha$  майже постійно  $R_{12} < 10$ , а це ускладнює, або робить неможливим рух автомобіля.

На рис. 11 представлені результати дослідження впливу відцентрової сили  $P_V$  (для позитивного (а) та негативного (б) напрямку дії сили) на розподіл дисбалансу  $D_b$  навантажень між бортами автомобіля на горизонтальній ділянці ( $\alpha = 0^\circ$ ) косогору:  $D_b = |R_{12} - R_{11}|$ , які, зокрема, дозволяють встановити співвідношення між кутом косогору  $\beta$  та величиною відцентрової сили  $P_V$ , при яких навантаження на колеса будуть однакові. Останнє дозволяє в залежності від кута косогору  $\beta$  та радіусу  $r_S$  повороту автомобіля вибирати найбільш раціональну швидкість  $V$  руху автомобіля.

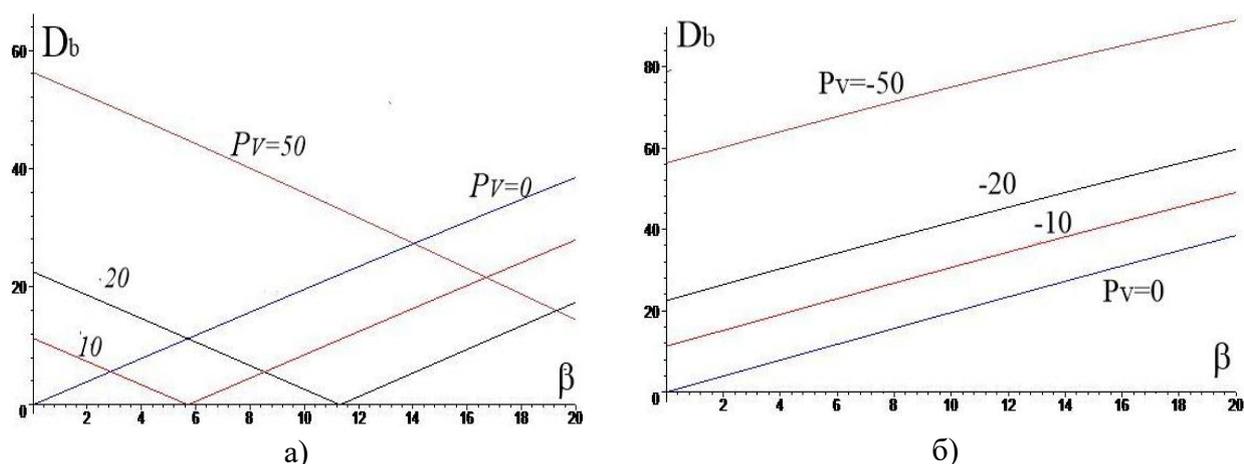


Рис. 11 – Розподіл дисбалансу  $D_b(\beta)$  навантажень між бортами автомобіля при  $\text{var } P_V : P_V = 0; \pm 10; \pm 20; \pm 50$  і  $\alpha = 0^\circ$

### Висновок

В результаті проведених досліджень удосконалено наближений метод оцінки перерозподілу нормальних реакцій на колеса автомобіля при зміні положення центру мас автомобіля та умов його експлуатації. Запропонований підхід з використанням теорії подоби дозволяє використовувати отримані результати у практиці конструювання та експлуатації широкого класу машин. Проведене дослідження пов'язано з удосконаленням конструкції автомобіля, а саме застосуванням і розробкою системи керування індивідуальним приводом коліс.

Ефективне використання індивідуальних регульованих електроприводів потребує глибокого розуміння процесів взаємодії коліс автомобіля із опорною поверхнею. Безпечне та ефективне керування транспортними засобами можливе лише за умови знання закономірностей зміни нормальних реакцій коліс та їх впливу на зчпні властивості та сили опору руху.

Удосконалений метод оцінки розподілу нормальних реакцій на колеса автомобіля дозволяє враховувати вплив положення центру мас автомобіля та умов експлуатації. Наведені системні результати чисельних досліджень дозволяють відслідковувати характер розподілу нормальних реакцій на колеса і враховувати їх при розгляді питань підвищення ефективного використання автомобіля та забезпечення безпечного руху.

Для раціонального керування електроприводом необхідно враховувати вплив конструктивних параметрів машини, розподіл ваги, умови експлуатації, а також критичні умови руху, що потребує розробки математичних моделей, проведення відповідних досліджень та їх експериментальної перевірки.

Таким чином, раціональне управління індивідуальним приводом ведучих коліс у гібридних та електрифікованих транспортних засобах можливе лише за умови комплексного врахування зміни нормальних реакцій згідно профілю дороги та режимів руху. Це дозволяє оптимізувати використання енергії, забезпечити безпеку та підвищити ефективність роботи силової установки. Подальші дослідження мають бути спрямовані на розробку стратегій управління та конструктивних рішень, які мінімізують нераціональні витрати енергії та забезпечують адаптацію системи до складних умов експлуатації.

### Список літератури:

1. Рославцев А.В. Применение в сельскохозяйственном производстве экологически безопасных тягово-транспортных средств с минимальными затратами энергии// Збірник наукових праць «Сучасні технології в машинобудуванні», Харків: НТУ «ХП», 2008. – Випуск 1.

2. Динамик автомобиля/ Подригало М.А., В.П. Волков, А.А. Бобошко, В.А. Павленко и др. – Харьков: ХНАДУ, 2008. – 426 с.
3. Клец Д.М. Определение нормальных реакций на передних и задних колесах автомобиля при движении по неровной дороге //Вестник ХНАДУ, 2013. – Вып. 61-62. – С. 195-199
4. Кашканов А. А., Кашканов В. А., Кашканова А. А. Моделирование траектории движения автомобиля при исследовании дорожно-транспортных происшествий // Вісник машинобудування та транспорту №1(9), 2019. – С. 53-64. DOI: <https://doi.org/10.31649/2413-4503-2019-9-1-53-65>
5. Динаміка гальмування та теорія робочих процесів гальмівних систем колісних тракторів та тракторних поїздів: колект. монографія у 3 томах [текст] / М. А. Подригало, О. С. Полянський, Д. В. Абрамов та ін. – Харьков: Вид-во Естет Принт, 2023. – Том 1. – 176 с.
6. Gkirtis, K. The influence of weight distribution in heavy-duty battery electric vehicles on road surface performance: a preliminary study. World Electr. Veh. J., 16, 520.
7. Сергієнко А.М. Оцінка зміни реакцій на ведучих колесах при розгоні гібридного автомобіля/ Н.М. Павлова, А.І. Гапон та ін.// Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Автомобіле- та тракторобудування : зб. наук. пр. / Нац. техн. ун-т «Харків. політехн. ін-т». – Харьков: НТУ «ХПІ», 2025. – № 1. – С.97-112. DOI: 10.20998/2078-6840.2025.1.12
8. S. Sinha, N. K. Deb, N. Mondal and S. K. Biswas, Design and performance of a single stator, dual rotor induction motor, Proceedings of IEEE PEDS'07, Nov 2007, pp. 1163-1166.
9. Сергієнко М.Є., Любарський Б. Г., Пастушина М.І., Косарев О.В. Вимоги до привода ведучих коліс автомобіля з двухроторним електродвигуном // Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXVIII Міжн. н-практ. конф. MicroCAD-2020. 28 -30 жовтня 2020 р.: Ч. I. / за ред. проф. Сокола Є.І. – Харьков: НТУ «ХПІ». – С. 202.
10. Сергієнко М.Є., Любарський Б.Г., Пастушина М.І. Математическое моделирование электропривода колес автомобиля с двухроторным электродвигателем // Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я: тези доповідей XXVI Міжн. н-практ. конф. MicroCAD-2019. 16-18 квітня 2019р., Ч. I. за ред. проф. Сокола Є.І. – Харьков: НТУ «ХПІ». – С. 208.
11. Подригало М.А., Яровий Г.Г., Горелишев С.А. Оцінка впливу додаткового бронезахисту на стійкість руху та керованість автомобілів // Системи озброєння і військова техніка, 2024. №1(77). – С. 21-27. <https://doi.org/10.30748/soivt.2024.77.03>.
12. Подригало М.А., Бережний А.О., Дубінін Є.О., Рогозін І.В. Оцінка статичної стійкості багатовісних автомобільних шасі з чотирьохколісними поворотними платформами // Системи озброєння і військова техніка, 2023. №3(375), С. 21-27. <https://doi.org/10.30748/soivt.2023.75.02>.
13. Kolman D. Ensuring appropriate alignment. Vehicle alignment is an integral maintenance issue. Beverage Industry: web site. URL: <https://www.bevindustry.com/articles/85641-ensuring-appropriate-alignment> (accessed 25.07.2023)
14. Керованість та стійкість тракторів і тракторних поїздів: монографія / за ред. М. А. Подригало. – Харьков: ХНТУСГ ім. П. Василенка, 2018. – 275 с.
15. Дубінін Є. О. Концепція забезпечення стійкості положення шарнірно-зчленованих колісних машин: дис. ... д-ра техн. наук: 05.22.20. Харківський національний автомобільно-дорожній університет. – Харьков, 2017. – 397 с.
16. Сахно В. П. Поляков В. М., Тімков О. М., Файчук М. І. До аналізу методів вимірювання і корекції кутів встановлення мостів автотранспортних засобів // Автошляховик України. 2015. – № 1-2. – С. 12–17.
17. Автомобілі. Всеколісне керування: монографія / Сахно В. П. та ін. – Київ: НТУ, 2013. – 180 с.
18. Клец Д. М. Концепція забезпечення стабільності показників стійкості та керованості автомобілів: дис. . д-ра техн. наук: 05.22.20. Харківський національний автомобільно-дорожній університет. Харьков, 2015. – 528 с.

#### References (transliterated):

1. Roslavtsev A.B. Prymenenye v sel'skokhozyaystvennom proyzvodstve ékolohychesky bezopasnykh tyahovo-transportnykh sredstv s mynymal'nymy zatratamy énerhyi// Zbirnyk naukovykh prats' «Suchasni tekhnolohiy v mashynobudovanni», Kharkiv: NTU «KHPI», 2008. – Vypusk 1.
2. Dynamyk avtomobylya/ Podryhalo M.A., V.P. Volkov, A.A. Boboshko, V.A. Pavlenko y dr. – Kharkiv: KHNADU, 2008. – 426 s.
3. Klets D.M. Opredelenye normal'nykh reaktsyy na perednykh y zadnykh kolesakh avtomobylya pry dvyzhenyy po nerovnoy dorozhe //Vestnyk KHNADU, 2013. – Vyp. 61-62. – S. 195-199
4. Kashkanov A. A., Kashkanov V. A., Kashkanova A. A. Modelyrovanye traektoryy dvyzhenyya avtomobylya pry yssledovanyy dorozhno-transportnykh proysshestvyuy // Visnyk mashynobuduvannya ta transportu №1(9), 2019. – S. 53-64. DOI: <https://doi.org/10.31649/2413-4503-2019-9-1-53-65>
5. Dynamika hal'muvannya ta teoriya robochykh protsesiv hal'mivnykh system kolisnykh traktoriv ta traktornykh poyizdiv: kolekt. monohrafiya u 3 tomakh [tekst] / M. A. Podryhalo, O. S. Polyans'kyu, D. V. Abramov ta in. – Xarkiv: Vyd-vo Estet Print, 2023. – Tom 1. – 176 s.

6. Gkirtis, K. The influence of weight distribution in heavy-duty battery electric vehicles on road surface performance: a preliminary study. *World Electr. Veh. J.*, 16, 520.
7. Serhiyenko A.M. Otsinka zminy reaktsiy na veduchykh kolesakh pry roz-honi hibrydnoho avtomobilya/ N.M. Pavlova, A.I. Hapon ta in. // *Visnyk Natsional'noho tekhnichnoho universytetu «KHPI»*. Seriya: Avtomobile- ta traktorobuduvannya : zb. nauk. pr. / Nats. tekhn. un-t «Kharkiv. politekhn. in-t». – Kharkiv: NTU «KHPI», 2025. – № 1. – S.97-112. DOI: 10.20998/2078-6840.2025.1.12
8. S. Sinha, N. K. Deb, N. Mondal and S. K. Biswas, Design and performance of a single stator, dual rotor induction motor, *Proceedings of IEEE PEDS'07*, Nov 2007, pp. 1163-1166.
9. Sergienko M.Ye., Lyubars'kyu B. H., Pastushchyna M.I., Kosarev O.V. Vymohy do pryvoda veduchykh kolis avtomobilya z dvukhrotornym elektrodvyhunom // *Informatsiyi tekhnolohiyi: nauka, tekhnika, tekhnolohiya, osvita, zdorov'ya: tezy dopovidey KH XVIII Mizhn. n-prakt. konf. MicroCAD-2020*. 28 -30 zhovtnya 2020 r.: CH. I. / za red. prof. Sokola Ye.I. – Kharkiv: NTU «KHPI». – S. 202.
10. Sergienko M.Ye., Lyubars'kyu B.H., Pastushchyna M.I. Matematycheskoe modelyrovanye élektropryvoda kolis avtomobilya s dvukhrotornym élektrodvyhatelem // *Informatsiyi tekhnolohiyi: nauka, tekhnika, tekhnolohiya, osvita, zdorov'ya: tezy dopovidey KH XVI Mizhn. n-prakt. konf. MicroCAD-2019*. 16-18 kvitnya 2019r., CH. I. za red. prof. Sokola YE.I. – Kharkiv: NTU «KHPI». – S. 208.
11. Podryhalo M.A., Yarovyy H.H., Horyelyshev S.A. Otsinka vplyvu dodatkovoho bronezakhystu na stiykist' rukhu ta kerovanist' avtomobiliv // *Systemy ozbroynennya i viys'kova tekhnika*, 2024. №1(77). – S. 21-27. <https://doi.org/10.30748/soivt.2024.77.03>.
12. Podryhalo M.A., Berezhnyy A.O., Dubinin YE.O., Rohozin I.V. Otsinka statychnoyi stiykosti bahatovisnykh avtomobil'nykh shasi z chotyrokholisnymy povorotnymy platformamy // *Systemy ozbroynennya i viys'kova tekhnika*, 2023. №3(375), S. 21-27. <https://doi.org/10.30748/soivt.2023.75.02>.
13. Kolman D. Ensuring appropriate alignment. Vehicle alignment is an integral maintenance issue. *Beverage Industry: web site*. URL: <https://www.bevindustry.com/articles/85641-ensuring-appropriate-alignment> (accessed 25.07.2023)
14. Kerovanist' ta stiykist' traktoriv i traktornykh poyzidiv: monohrafiya / za red. M. A. Podryhalo. – Kharkiv: KHNTUS·H im. P. Vasylenka, 2018. – 275 s.
15. Dubinin YE. O. Kontsepsiya zabezpechennya stiykosti polozhennya sharnirno-zhlenovanykh kolisnykh mashyn: dys. ... d-ra tekhn. nauk: 05.22.20. Kharkivs'kyu natsional'nyy avtomobil'no-dorozhniy universytet. – Kharkiv, 2017. – 397 s.
16. Sakhno V. P. Polyakov V. M., Timkov O. M., Faychuk M. I. Do analizu metodiv vymiryuvannya i korektsiyi kutiv vstanovlennya mostiv avtotransportnykh zasobiv // *Avtoshlyakhovyk Ukrayiny*. 2015. – № 1-2. – S. 12–17.
17. Avtomobili. Vsekolisne keruvannya: monohrafiya / Sakhno V. P. ta in. – Kyiv: NTU, 2013. – 180 s.
18. Klets D. M. Kontsepsiya zabezpechennya stabil'nosti pokaznykiv stiykosti ta kerovanosti avtomobiliv: dys. ... d-ra tekhn. nauk: 05.22.20. Kharkivs'kyu natsional'nyy avtomobil'no-dorozhniy universytet. Kharkiv, 2015. – 528 s.

*Надійшла (received) 30.10.2025*

*Відомості про авторів / About the Authors*

**Сергієнко Антон Миколайович (Sergienko Anton)** кандидат технічних наук, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», докторант кафедри електричного транспорту та тепловозобудування; м. Харків, Україна; ORCID <https://orcid.org/0000-0001-6067-1672>; e-mail: [sergienko2707@gmail.com](mailto:sergienko2707@gmail.com).

**Калінін Павло Миколайович (Kalinin Pavel)** – кандидат технічних наук, доцент, Національна академія Національної гвардії України, доцент кафедри інженерії та фундаментальних наук; м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9724-0630>; e-mail: [pkalining@gmail.com](mailto:pkalining@gmail.com).

**Павлова Наталія Миколаївна (Pavlova Natalia)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», асистент кафедри інформаційно-вимірjувальних технологій; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0621-1365>; e-mail: [npavlovann@gmail.com](mailto:npavlovann@gmail.com)

**Назаров Олександр Іванович (Nazarov Aleksandr)** – кандидат технічних наук, доцент, Харківський національний автомобільно-дорожній університет, доцент кафедри інжинірингу систем автомобільного транспорту ім. проф. Говорущенко М.Я., м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9214-7506>; e-mail: [hefer64@gmail.com](mailto:hefer64@gmail.com)

**Сергієнко Микола Єгорович (Sergienko Nikolay)** – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри автомобіле- і тракторобудування; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5168-1924>; e-mail: [nesergienko@gmail.com](mailto:nesergienko@gmail.com)

**Дунаєвський Валентин Олександрович (Dunaievskiyi Valentyn)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри автомобіле- і тракторобудування; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-4095-3816>; e-mail: [valentyn.dunaievskiyi@mit.khpi.edu.ua](mailto:valentyn.dunaievskiyi@mit.khpi.edu.ua)

**Титаренко Оксана Валеріївна (Titarenko Oksana)** – кандидат технічних наук, доцент, Національна академія Національної гвардії України, професор кафедри інженерії та фундаментальних наук; м. Харків, Україна; ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6811-7537>; e-mail: [oksana.titarenko@nangu.edu.ua](mailto:oksana.titarenko@nangu.edu.ua)