

***В. О. КОВАЛЕНКО, О. В. ЖУРАВЕЛЬ, В. В. СТРИЖАК, С. П. ІГЛІН, М. Г. СТРИЖАК***

## **ВИЗНАЧЕННЯ ОПОРУ ПЕРЕСУВАННЯ МОСТОВИХ КРАНІВ СТАТИСТИЧНИМИ МЕТОДАМИ**

В статті запропоновано новий підхід до вирішення науково-практичної задачі автоматизації розрахунку технічних параметрів механізмів пересування мостових кранів загального призначення. Параметри діючих кранів предствлені в табличній формі у вигляді статистичних даних. Застосовано гіпотези математичної статистики, що дозволили розподілити результати за нормальним законом за припущення однакової точності отриманих даних. Використовуючи зазначені припущення застосований метод найменших квадратів і побудовано функцію двох змінних, яка встановлює залежність опору руху крану від прольоту і вантажопідйомності, поєднуючи ці показники між собою. Отримано вираз, що дозволяє розраховувати статичний опір пересування програмно. Показані переваги запропонованого підходу до визначення параметрів вантажопідйомних машин.

**Ключові слова:** мостовий кран, механізм пересування, автоматизація, розрахунок.

***V. KOVALENKO, O. ZHURAVEL, V. STRYZHAK, S. IGLIN, M. STRYZHAK***

## **TRAVELLING RESISTANCE DETERMINATION OF A BRIDGE CRANE BY STATISTICAL METHODS**

The article proposes a new approach to solving the scientific and practical problem of automating the calculation of technical parameters of general-purpose overhead cranes. The parameters of operating cranes are presented in tabular form in the form of statistical data. The hypotheses of mathematical statistics were applied, which allowed the results to be distributed according to the normal law under the assumption of equal accuracy of the data obtained. Using these assumptions, the method of least squares was applied and a function of two variables was constructed, which establishes the dependence of crane movement resistance on span and lifting capacity, combining these indicators. An expression is obtained that allows calculating the static resistance to movement by software. The advantages of the proposed approach to determining the parameters of lifting machines are shown.

**Keywords:** bridge crane, travelling mechanism, automation, calculation.

**Вступ і обґрунтування актуальності.** Наукові школи в Україні та за кордоном створили значний теоретичний фундамент для проектування механізмів вантажопідйомних машин, підтвердження їх міцності, стійкості, витривалості і інших показників безпечної роботи. Крім цього підприємствами напрацьовано великий масив даних фактичних конструкцій виготовлених і працюючих машин. Однак підходи до проектування нових машин в більшості випадків, як і раніше передбачають велику кількість ручної роботи. Традиційний розрахунок потужності приводу механізму пересування крану вимагає визначення опору статичного пересування крану. В свою чергу цей параметр залежить від конкретних показників – діаметра колеса, діаметра цапфи, коефіцієнта реборди, що може бути різним в залежності від типу струмопідводу, а також від форми поверхонь рейки та колеса (опір тертя). Тобто вже на цьому етапі нам необхідно прийняти велику кількість конструктивних рішень, що є дуже затратним. Для вирішення цієї проблеми пропонується змінити підхід, використовуючи математичні методи статистики. Це дозволить автоматизувати процес розрахунку і скоротить час проектування, що є актуальним на сьогоднішній день.

### **Огляд досліджень**

Розрахунок механізму пересування докладно описаний в ряді довідкової літератури та стандартів зокрема в роботах [1 – 3]. Актуальність теми також підтверджує і велика кількість новітніх досліджень в галузі механізмів пересування мостових кранів і вдосконалення розрахунку силових факторів що діють при їх роботі. Так в статті [4] вивчається вплив бокових сил на колеса мостового крана, які можуть призводити до втомних пошкоджень механізмів пересування та елементів підкранового шляху. Звертається увагу на тому, що бічні сили мають стохастичний характер через велику кількість змінних, я хаотично змінюються в часі. Представлені кілька записів вимірної бокової сили колеса у часі, отриманих під час тривалого

моніторингу кранів в експлуатації. Отримання цих даних планується в подальшому формалізувати для практичних розрахунків. Заміна аналітичних розрахунків чисельними також досліджується і для металоконструкцій мостових кранів, але для цього необхідно порівняти їх результати. Приклад такого дослідження виконано в роботі [5]. Більшість досліджень механізмів пересування кранів направлені на вирішення проблеми перекосів і усунення негативних явищ, які з ними пов'язані [6-9]. Питання вдосконалення розрахунку в частині визначення його параметрів залишається висвітленим недостатньо і потребує подальшого вивчення.

**Мета дослідження** сформулювати функціональну залежність опору пересування крану від вантажопідйомності і прольоту крану, що дозволить автоматизувати розрахунок вибору потужності приводу.

### Результати досліджень

Для досягнення поставленої мети необхідно розглянути будову типового механізму пересування, визначити його складові елементи і параметри, які необхідно знати для розрахунку. На рис. 1 представлена схема механізму пересування мостового крану. При роздільному приводі таким механізмом обладнується кожні зі сторін крану. До складу механізму входять електричний двигун з циліндричним редуктором, проміжний вал, муфти і гальмо.

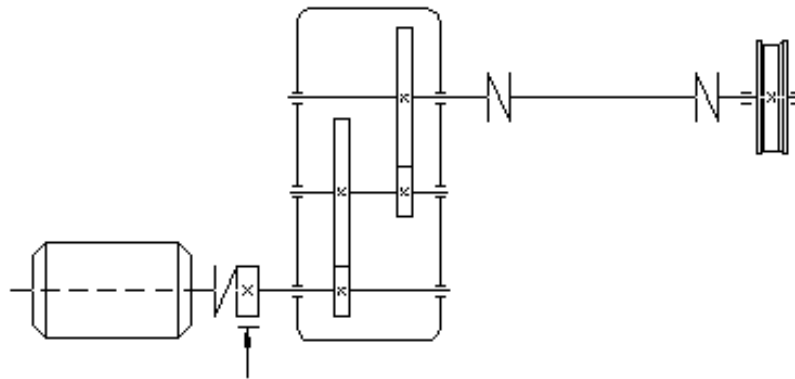


Рисунок. 1. Кінематична схема механізму пересування крану

Оскільки на крані встановлюється два таких механізма, то потужність кожного з них визначається з формулою:

$$N_c = 0,6 \cdot N.$$

де  $N$  – потужність необхідна для пересування крану із заданою швидкістю, що визначається з урахуванням інерційних навантажень:

$$N = \frac{W_0 \cdot V_k}{1000 \cdot 60 \cdot \varphi_{\text{сеп}} \cdot \eta_m}, \quad (1)$$

де:  $\varphi_{\text{сеп}}$  – коефіцієнт перевантаження двигуна (призначається попередньо);  $\eta_m$  – ККД механізму пересування;  $V_k$  – швидкість пересування крану;  $W_0$  – опір пересуванню навантаженого крану з урахуванням сил інерції  $W_0 = W + 1,2 \cdot (m_k + m_o) \cdot a$ , де:  $a$  – середнє прискорення крану у процесі розгону; 1,2 – коефіцієнт, що враховує інерцію обертальних мас;  $W$  – опір пересуванню крану з номінальним вантажем від сил тертя та ухилу колії, що визначається за формулою:

$$W = (Q + G_{\text{кр}}) \cdot \left( \frac{f \cdot d_{\text{н}} + 2 \cdot \mu}{D_{\text{х.к}}} \cdot k_p + \alpha \right), \quad (2)$$

де:  $Q$  – номінальна вага вантажу, що піднімається краном;  $G_{кр}$  – власна вага крану, що обирається за довідковими таблицями або номограмами;  $f$  – коефіцієнт тертя ковзання у роликів підшипниках;  $D_{х.к}$  – діаметр ходового колеса, що обирається залежно від тиску на колесо та від швидкості пересування;  $d_{ц}$  – діаметр цапфи вала колеса:

$$d_{ц} = (0,2...0,25) \cdot D_{х.к}$$

де  $\mu$  – коефіцієнт тертя котіння ходового колеса по рейці, що вибирається з довідкових таблиць в залежності від діаметра ходового колеса та типу рейки;  $k_p$  – коефіцієнт, що враховує додатковий опір тертя реборд ходового колеса об головку рейки;  $\alpha$  – нахил колії.

Таким чином, можна побачити, що для визначення опору пересування крану необхідно прийняти ряд відповідальних рішень, які зазвичай приймаються в ручному режимі: визначити діаметр колеса майбутнього крану, діаметр його цапфи, визначити вагу крану, а також вибрати ряд табличних коефіцієнтів тертя і додаткового опору.

Згідно запропонованого підходу були зібрані статистичні дані на основі виконаних проектів Харківським заводом підйомно-транспортного устаткування щодо опорів пересування раніше розрахованих і запроєктованих кранів різних прогонів і вантажопідйомностей (табл. 1). В таблицю 1 занесені значення опору пересування в Н для мостових кранів ряду вантажопідйомностей (від 15 т до 50 т) і прогонів (від 19,5 м до 34,5 м). Ці дані будемо вважати експериментальними і розглядатимемо їх вимірними величинами. Тоді є можливість застосувати методи математичної статистики.

Таблиця 1. Дані опору пересування для кранів різної вантажопідйомності і прольоту

Проліт, м в/п, т	19,5	22,5	25,5	28,5	31,5	34,5
15	5550	5980	6400	6900	7420	8390
20	6190	6480	6850	7410	7820	8860
30	6580	6910	7370	7900	8420	9440
50	9860	10210	11000	11480	12040	12870

На основі табличних даних будемо шукати функцію двох змінних, за допомогою якої можна розрахувати опір пересування для довільних значень вантажопідйомності і прольоту.

Для отримання функції побудована математична модель у вигляді полінома оптимального ступеня:

$$z = b_1 + b_2 \cdot x + b_3 \cdot y + b_4 \cdot x^2 + b_5 \cdot x \cdot y + b_6 \cdot y^2 + b_7 \cdot x^3 + b_8 \cdot x^2 \cdot y + b_9 \cdot x \cdot y^2 + b_{10} \cdot y^3 + \dots$$

де:  $x$  – проліт, м,  $y$  – вантажопідйомність, т.

Для застосування методів математичної статистики необхідно прийняти припущення щодо виконання наступних гіпотез: незалежності вимірних даних, відсутності систематичних похибок та промахів, випадковість впливаючих факторів, відсутність впливаючого фактора, який має переважне або вирішальне значення, розподілення значень відповідно до нормального закону, однакову точність всіх наведених вимірних даних. В результаті застосування відповідного припущення маємо можливість застосування методу найменших квадратів для пошуку коефіцієнтів рівняння функціональної залежності.

Відповідно до методу найменших квадратів коефіцієнти  $b_k$  обираються так, необхідно, щоб сума квадратів відхилень експериментальних даних  $z_{ij}$  від теоретичних  $z(x_i, y_j)$  приймала мінімальне значення.

Метод найменших квадратів відповідає ортогональному проектуванню  $n$ -вимірному вектору експериментальних значень  $z$  ( $n$  – кількість вимірювань) на  $m$ -вимірний евклідів простір, породжений базисними векторами  $1, x, y, \dots$  ( $m$  – кількість базисних функцій;  $m < n$ ). В нашому випадку  $n = 24$ ;  $i$  вектор-стовпчик  $z$  має вигляд:

$$z = (5550 \ 6190 \ 6580 \ 9860 \ 59806420 \ \dots \ 9440 \ 12870)^T$$

Базисні вектори для нашої математичної моделі є такими:

$$1 = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1 \ 1)^T$$

$$x = (19,5 \ 19,5 \ 19,5 \ 19,5 \ 22,5 \ 22,5 \ \dots \ 34,5 \ 34,5)^T$$

$$y = (15 \ 20 \ 30 \ 50 \ 15 \ 20 \ \dots \ 30 \ 50)^T$$

Наступні вектори будуються зі ступенів або добутків координат цих векторів. Кожен з базисних векторів є стовпчиком довжиною  $n = 24$ ; кількість цих векторів дорівнює  $m$ . Вони повинні бути лінійно-незалежними. Для ступеневої моделі, яку ми обрали, це завжди виконується, якщо  $m < n$ . Побудуємо з базисних векторів матрицю  $\Psi$  розміром  $n \times m$ :

$$\Psi = (1 \ x \ y \ \dots).$$

Тоді вектор-стовпчик коефіцієнтів моделі:

$$b = (b_1 \ b_2 \ \dots \ b_m)^T$$

знаходиться з розв'язання задачі ортогонального проектування:

$$b = (\Psi^T \cdot \Psi)^{-1} \cdot \Psi^T \cdot z$$

Оскільки коефіцієнти моделі  $b_k$  є функціями реалізацій випадкових величин  $z_{ij}$ , то за відомими формулами математичної статистики можна знайти й довірчі інтервали для  $b_k$ . Для цього використовується  $t$ -розподіл Стьюдента.

Адекватність математичної моделі з  $m$  базисними функціями можна оцінити за її вибірковою дисперсією, яка обчислюється за формулою:

$$D_m = L_{\min} / f,$$

де:  $L_{\min}$  – сума квадратів відхилень експериментальних значень від теоретичних:

$$L_{\min} = \|z - \Psi \cdot b\|^2;$$

$f$  – кількість ступенів свободи, яка дорівнює кількості даних мінус кількість базисних функцій:

$$f = n - m.$$

При додаванні нових базисних функцій до моделі зменшується чисельник вибіркової дисперсії  $L_{\min}$ , але зменшується і знаменник  $f$ . Тому вибіркова дисперсія може як зменшуватися, так і збільшуватися. Якщо при додаванні нової базисної функції до моделі її дисперсія зменшується суттєво, то нову базисну функцію є сенс враховувати, а якщо ні – то ні.

Суттєвість зменшення вибіркової дисперсії оцінимо за допомогою  $F$ -критерія Фішера. Якщо відношення вибіркової дисперсії з  $m+1$  базисною функцією  $D_{m+1}$  до вибіркової дисперсії з  $m$  базисними функціями  $D_m$  менше квантиля  $F$ -розподілу Фішера на заданому рівні значущості  $\alpha$ :

$$D_{m+1} / D_m \leq F_\alpha \cdot (n - m - 1, n - m),$$

то нову,  $(m+1)$ -у базисну функцію є сенс враховувати, а якщо ні – то ні.

Для спрощення обчислень ми додавали до моделі доданки не по одному, а групами: лінійні, квадратичні тощо. Для лінійної моделі ( $m=3$ ) вибіркова дисперсія  $D_3 = 1,9964e+5$ , а для квадратичної ( $m=6$ ):  $D_6 = 3,2063e+4$ . Їхнє відношення  $D_3/D_6 = 0,1606$ , а квантиль  $F$ -розподілу Фішера для  $f_1 = 24 - 6 = 18$ ;  $f_2 = 24 - 3 = 21$  на рівні значущості  $\alpha = 0,01$  дорівнює  $F_{0,01}(18, 21) = 0,3273$ . Оскільки  $0,1606 < 0,3273$ , то зменшення вибіркової дисперсії при врахуванні квадратичних доданків є суттєвим, тому квадратичні доданки слід враховувати.

Далі додаємо ще чотири кубічні доданки: це базисні функції  $x^3$ ,  $x^2 \cdot y$ ,  $x \cdot y^2$ ,  $y^3$ . Вибіркова дисперсія кубічної моделі  $D_{10} = 8,5917e+3$ , а її відношення до вибіркової дисперсії квадратичної моделі  $D_{10}/D_6 = 0,2680$ . Відповідний квантиль  $F$ -розподілу Фішера  $F_{0,01}(14, 18) = 0,2680$ . Тут також маємо  $0,2680 < 0,2812$ , тому й кубічні доданки теж слід враховувати.

Тепер додамо ще й чотири доданки 4-го ступня:  $x^4$ ,  $x^3 \cdot y$ ,  $x^2 \cdot y^2$ ,  $x \cdot y^3$ . Доданок з  $y^4$  долучити не можна, тому що у нас лише чотири різних значення  $y_i$ ; і цей доданок буде лінійно-залежним з попередніми:  $1, y, y^2, y^3$ . Для цієї моделі вибіркова дисперсія  $D_{14} = 2,8268e+3$ ; її відношення до вибіркової дисперсії кубічної моделі  $D_{14}/D_{10} = 0,3290$ . Квантиль  $F_{0,01}(10, 14) = 0,2174$ . Тут вже  $0,3290 > 0,2174$ ; тобто зменшення вибіркової дисперсії є незначним. Отже, доданки 4-го ступня можна не враховувати, і обмежитися кубічною моделлю.

На рівні значущості  $\alpha = 0,01$  були знайдені параметри кубічної моделі та їх довірчі інтервали. Вони наведені в табл. 2.

Таблиця 2. Параметри моделі та довірчі інтервали для них

Параметр	Нижня границя	Параметр	Верхня границя
$b_1$	-17984,376	-5151,47337	7681,429
$b_2$	-655,971	743,25497	2142,481
$b_3$	108,196	437,01323	765,830
$b_4$	-82,619	-30,86111	20,896
$b_5$	-6,360	5,38147	17,123
$b_6$	-26,757	-17,51365	-8,271
$b_7$	-0,139	0,49554	1,130
$b_8$	-0,300	-0,11256	0,075
$b_9$	-0,068	0,02099	0,110
$b_{10}$	0,116	0,21063	0,305

На рис. 2. показана поверхня залежності опору руху від прольоту та вантажопідйомності. Червоними зірочками показані експериментальні дані.

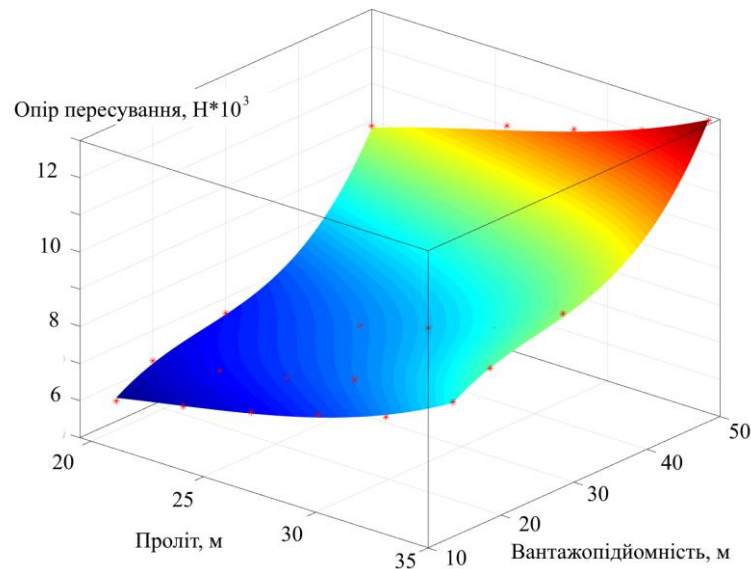


Рис. 2. Графік апроксимації функції двох змінних опору руху крану

Таким чином, експериментальні дані було апроксимовано кубічною моделлю. На початковому етапі важко передбачити форму кривої, яка найбільш вдало буде описувати залежність, яку шукаємо. В даному випадку розрахунок показує, що кубічна функція має достатню точність, а функція четвертого ступеня не збільшує точність значним чином.

Отже на основі статистичних даних була отримана функціональна залежність, яка дає можливість розрахувати опір пересуванню мостового крану будь якої вантажопідйомності і прольоту в заданому діапазоні без прийняття конструктивних рішень про діаметр колеса і вибору великої кількості коефіцієнтів. Для розрахунку знадобляться лише значення вантажопідйомності і прольоту крану, які містяться у вихідних даних для будь якого крану.

**Висновки.** В статті розв'язана задача визначення розрахункових параметрів механізму пересування мостового крану на основі статистичних даних за допомогою функціональних залежностей. Встановлено, що розрахунок параметрів за традиційною методикою вимагає відчутних працезатрат. Запропонована концепція розрахунків технічних параметрів механізмів пересування мостових кранів із застосуванням методів математичної статистики на основі існуючої теоретичної бази й бази фактичних значень параметрів раніше виготовлених і успішно працюючих кранів.

#### Список літератури

1. Scheffler M. Grundlagen der Fördertechnik — Elemente und Triebwerke. Vieweg Verlag, 1994.
2. ДСТУ EN 13001-3-3 2018 Крани вантажопідйомні. Загальні положення конструювання. Частина 3-3
3. ДСТУ EN 13001-1:2018 Крани вантажопідйомні. Загальні положення конструювання. Частина 1. Загальні принципи та вимоги
4. Zelić, Atila & Zuber, Ninoslav & ŠOSTAKOV, Rastislav.. Experimental determination of lateral forces caused by bridge crane skewing during travelling. *Eksplatacja i Niezawodność - Maintenance and Reliability*. vol 20, 2017 p.90-99. doi: 10.17531/ein.2018.1.12.
5. Denis Molnár, Miroslav Blatnický, Ján Dižo Comparison of Analytical and Numerical Approach in Bridge Crane Solution. *Manufacturing Technology*. April 2022, Vol. 22, No. 2 DOI: 10.21062/mft.2022.018
6. Jozef Kulka, Martin Mantic, Gabriel Fedorko, Vierošlav Molnar Failure analysis concerning causes of wear for bridge crane rails and wheels. *Engineering Failure Analysis*, Volume 110, 2020, 104441, <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2020.104441>
7. Leopold Hrabovský, Daniel Čepica, Karel Frydryšek, Detection of mechanical stress in the steel structure of a bridge crane, *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, Volume 11, Issue 6, 2021, <https://doi.org/10.1016/j.taml.2021.100299>.

8. Grigorov, O., Steepochkina, O.. Motion of cranes of bridge type simulation in the ms excel environment. Advanced Logistic Systems - Theory and Practice, 8(1), 2014, 33–40.
9. He B, Zhao Z, Qiu F. Overhead crane bridge structure design optimization based on safety assessment. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering. 2024;0(0). doi:10.1177/09544089231223072

#### References (transliterated)

1. SCHEFFLER M. Grundlagen der Fördertechnik — Elemente und Triebwerke. Vieweg Verlag, 1994
2. DSTU EN 13001-3-3\_2018 Lifting cranes. General design provisions. Part 3-3
3. DSTU EN 13001-1:2018 Lifting cranes. General design provisions. Part 1. General principles and requirements
4. Zelić, Atila & Zuber, Ninoslav & ŠOSTAKOV, Rastislav.. Experimental determination of lateral forces caused by bridge crane skewing during travelling. Eksploatacja i Niezawodność - Maintenance and Reliability. vol 20, 2017 p.90-99. doi: 10.17531/ein.2018.1.12.
5. Denis Molnár, Miroslav Blatnický, Ján Dižo Comparison of Analytical and Numerical Approach in Bridge Crane Solution. Manufacturing Technology. April 2022, Vol. 22, No. 2 DOI: 10.21062/mft.2022.018
6. Jozef Kulka, Martin Mantic, Gabriel Fedorko, Vierslav Molnar Failure analysis concerning causes of wear for bridge crane rails and wheels. Engineering Failure Analysis, Volume 110, 2020, 104441, <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2020.104441>
7. Leopold Hrabovský, Daniel Čepica, Karel Frydrýšek, Detection of mechanical stress in the steel structure of a bridge crane, Theoretical and Applied Mechanics Letters, Volume 11, Issue 6, 2021, <https://doi.org/10.1016/j.taml.2021.100299>.
8. Grigorov, O., Steepochkina, O.. Motion of cranes of bridge type simulation in the ms excel environment. Advanced Logistic Systems - Theory and Practice, 8(1), 2014, 33–40.
9. He B, Zhao Z, Qiu F. Overhead crane bridge structure design optimization based on safety assessment. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering. 2024;0(0). doi:10.1177/09544089231223072

*Надійшла (received) 17.05.2024 р.*

#### *Відомості про авторів / About the Authors*

**Коваленко Валентин Олександрович (Valentyn Kovalenko)** – кандидат технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри підйомно-транспортних машин і обладнання, м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9161-198X>; e-mail: [valentyn.kovalenko@khpi.edu.ua](mailto:valentyn.kovalenko@khpi.edu.ua)

**Журавель Олексій Валерійович (Oleksii Zhuravel)** – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри підйомно-транспортних машин і обладнання, м. Харків, Україна; e-mail: [oleksii.zhuravel@mit.khpi.edu.ua](mailto:oleksii.zhuravel@mit.khpi.edu.ua).

**Стрижак Всеволод Вікторович (Vsevolod Stryzhak)** – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри підйомно-транспортних машин і обладнання, м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3032-6004>; e-mail: [vsevolod.stryzhak@khpi.edu.ua](mailto:vsevolod.stryzhak@khpi.edu.ua)

**Іглін Сергій Петрович (Sergii Iglin)** кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», професор кафедри комп'ютерної математики і аналізу даних, м. Харків, Україна, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9144-7427>; e-mail: [sergii.iglin@khpi.edu.ua](mailto:sergii.iglin@khpi.edu.ua)

**Стрижак Мар'яна Георгіївна (Mariana Stryzhak)** – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри деталей машин і гідропневмосистем, м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3335-4086>; e-mail: [mariana.stryzhak@khpi.edu.ua](mailto:mariana.stryzhak@khpi.edu.ua)