

С.О.ПОЛЯШЕНКО, О.В. ЄСІПОВ, С.В. ШУШЛЯПІН

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ АВТОМАТА ВОДІННЯ САМОХІДНОЇ МАШИНИ З ДВОМІРНИМ УПРАВЛІННЯМ

Для побудови математичної моделі машини з двомірним керуванням зроблені спрощувальні припущення щодо характеру її руху та траєкторії рядка. Наведено аналіз точності та синтезовано математичну модель руху вздовж рядків просапної культури сільськогосподарського агрегату з сільськогосподарським знаряддям, розташованим між передньою та задньою осями коліс, керованих пристроєм автоматичного водіння з датчиком у передній частині агрегату. Визначено алгоритм керування автоматом водіння самохідної машини, найбільш простий та зручний, але досить точний для практичного використання при розробці подібних (стежучих) систем.

Ключові слова: автомат водіння, рух самохідної машини, математична модель, помилка відстеження, траєкторія рядка.

S. POLYASHENKO, O. IESIPOV, S. SHUSHLYAPIN

MATHEMATICAL MODEL OF AUTOMATIC DRIVING OF A SELF-PROPELLED CAR WITH TWO-DIMENSIONAL CONTROL

To build a mathematical model of a machine with two-dimensional control, simplifying assumptions were made regarding the nature of its movement and the line trajectory. An accuracy analysis is presented and a mathematical model of the movement along rows of row crops of an agricultural unit with an agricultural implement located between the front and rear axles of the wheels controlled by an automatic driving device with a sensor in the front of the unit is synthesized. The algorithm for controlling the automatic driving of a self-propelled car is defined, which is the most simple and convenient, but accurate enough for practical use in the development of similar (tracking) systems.

Key words: automatic driving, movement of a self-propelled car, mathematical model, tracking error, line trajectory.

Вступ.

Практика розвитку сільськогосподарських машин поставила задачу розробки систем автоматичного водіння у низку актуальних практичних завдань. Об'єктивні причини цього явища полягають у наступному: – сучасні машини, переважно збиральні, виконують комплекси технологічних операцій, а керує ними, як правило, один оператор. Його дуже значне психофізичне навантаження зумовлене, в основному, необхідністю постійно спрямовувати рух машини. За даними низки досліджень на водіння витрачається до 80% часу та енергії оператора [1], необхідні для управління машиною; – збільшені швидкості руху машин та підвищені вимоги до точності їх водіння збільшили напруженість операції водіння; – впровадження автоводіння є кроком у виконанні соціальної програми, що передбачає поліпшення умов праці у сільському господарстві.

Аналіз останніх досягнень та публікацій.

На сучасному рівні розвитку техніки потреби сільськогосподарського виробництва можуть бути задоволені впровадженням пристроїв для індивідуального водіння машин на робочому гоні, причому основний інтерес становлять автоматичні системи водіння машин за природними базовими траєкторіями (борозна, грядка, ряд рослин, брівка нескошеного хліба і т.д.) [2, 3], а також системи орієнтації та автоводіння широкозахватних машин для суцільної обробки полів [7, 8, 9, 10].

Перевагами систем автоматичного водіння є: - точність руху агрегатів по міжряддям; - зниження навантаження на тракториста (машиніста); - можливість роботи в темний час доби і в умовах поганої видимості. Рух може здійснюватися як по прямолінійних, так і по криволінійних траєкторіях.

У роботах [4, 5, 11] побудовано математичну модель і на її основі проведено дослідження точності відстеження рядків автоматом водіння самохідної сільськогосподарської машини, у якої керованими є лише передні колеса. Ми розглянемо загальніший, в теоретичному плані мало досліджений випадок самохідної машини з двовимірним керуванням.

Мета та постановка задачі дослідження.

Метою даної роботи є підвищення точності відстеження заданої траєкторії руху самохідної сільськогосподарської машини та поліпшення ергономічних показників роботи механізатора.

Для досягнення поставленої мети вирішувались завдання узгодження показників керованості, проаналізовано точність та стійкість руху сільськогосподарської машини з знаряддям вздовж рядків просапної культури та визначено раціональний алгоритм керування автоматом водіння, який визволяє механізатора в автоматичному режимі руху від необхідності постійно контролювати переміщення енергонасиченої машини вздовж рядків.

Основний матеріал та результати дослідження.

Для побудови математичної моделі уявлятимемо самохідну машину так, як це зображено на рисунку 1, де α_A і α_B – кути повороту відповідно задніх і передніх коліс машини по відношенню до її поздовжньої осі AB . За позитивний напрямок відліку кутів α_A і α_B (і всіх кутів, які будуть нами введені в подальшому) приймемо напрямок проти годинникової стрілки. Так що на рисунку 1 кут α_A позитивний, α_B – від'ємний. Слідкуючий пристрій автомата водіння зображено на рисунку спрощено у вигляді повертаючої відносно точки C штанги CP , кінець P якої під час руху знаходиться на рядку $y = f(x)$.

Завдання автомата водіння полягає у формуванні з кожний момент часу управлінь $\alpha_A(t)$ і $\alpha_B(t)$ за інформацією від слідкуючого пристрою – кути φ повороту штанги CP (у момент t і в попередні t моменти часу) таким чином, щоб помилка відстеження $\omega_Q(t)$ – відхилення середини осі робочих органів від рядка $y = f(x)$ не перевищувала граничної величини ω_q .

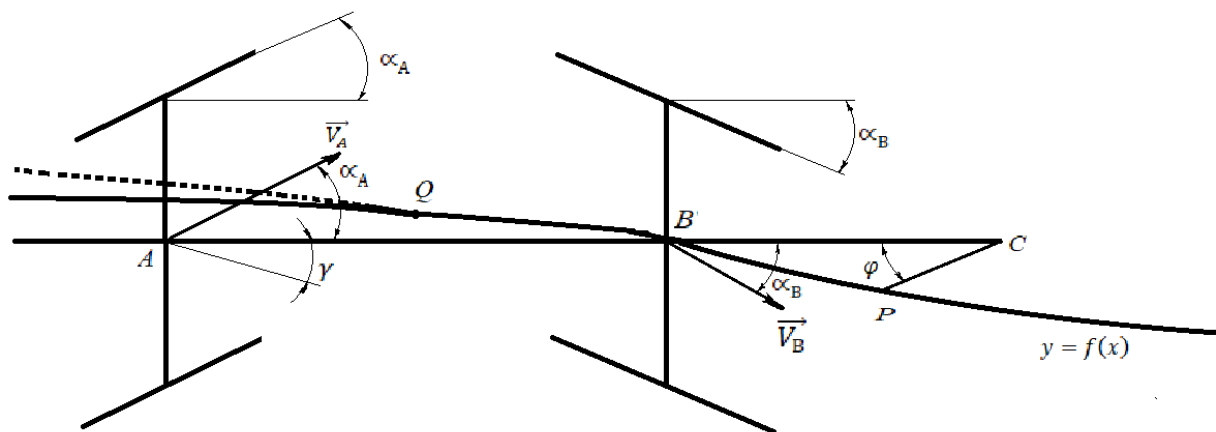


Рис. 1 – Схема самохідної машини з двомірним управлінням

Для побудови математичної моделі машини з двовимірним керуванням зробимо такі спрощувальні припущення щодо характеру її руху та траєкторії рядка $y = f(x)$:

- 1) вектор швидкості \vec{V}_A точки A спрямований під кутом α_A до осі машини AB , а вектор швидкості \vec{V}_B – під кутом α_B до осі AB ;
- 2) модуль швидкості точки A постійний і дорівнює V ;
- 3) рядок є досить гладкою і плавною кривою $y = f(x)$, мало ухиляється від осі x -ів і має малу кривизну;
- 4) рух машини щодо рядка такий, що кути $\alpha_A(t)$ і $\alpha_B(t)$ (і всі кути, які нами будуть введені в подальшому) є малими величинами.

Зазначимо, що на практиці припущення 1) виконується дуже приблизно через властиве колесам бічне відведення. Однак у роботі [4] показано, що для реальної машини з керуваннями α_A і α_B і уведенням коліс можна побудувати еквівалентну модель з такими (пропорційними α_A і α_B) управліннями, для якої виконано припущення 1) і руху якої практично у всі моменти часу збігаються з необхідною точністю з рухами реальної машини з уведенням коліс.

Тому вважатимемо, що такі управління α_A і α_B нами вже підібрані і тим самим припущення 1 виконується.

В якості узагальнених координат, що повністю характеризують положення машини на площині, приймемо x_A, y_A – координати точки A в системі координат xOy і кут γ між віссю x – ів і поздовжньої віссю машини AB .

Виведемо диференціальні рівняння руху машини. Відповідно до припущень 1), 2) вектор швидкості \vec{V}_A має постійний модуль V і спрямований під кутом $\gamma + \alpha_A$ до осі x – ів. Так як складові вектора в системі координат xOy в кожен момент часу рівні відповідно $\dot{x}_A(t), \dot{y}_A(t)$, то, проєктуючи $\vec{V}_A(t)$ на осі координат, отримуємо перші два рівняння руху машини

$$\dot{x}(t) = V \cos(\gamma(t) + \alpha_A(t)) \quad (1)$$

$$\dot{y}(t) = V \sin(\gamma(t) + \alpha_A(t)) \quad (2)$$

Для виведення третього рівняння руху скористаємося припущенням 1) для точки B , згідно з яким $\vec{V}_B(t)$ спрямований під кутом $\gamma(t) + \alpha_B(t)$, до осі x – ів і отже, справедливе рівняння

$$\dot{y}_B(t) = \dot{x}_B(t) \tan(\gamma(t) + \alpha_B(t)) \quad (3)$$

З рисунка неважко бачити, що

$$x_B = x_A + L_{AB} \cdot \cos(\gamma) = y_A + L_{AB} \cdot \sin(\gamma)$$

де L_{AB} – відстань між точками A та B .

Підставляючи ці вирази рівняння (3), після деяких спрощень маємо

$$\dot{y}_A \cdot \cos(\gamma + \alpha_B) - \dot{x}_A \cdot \sin(\gamma + \alpha_B) + L_{AB} \cdot \dot{\gamma} \cdot \cos(\alpha_B) = 0$$

звідки з урахуванням виразів (1), (2) для $\dot{x}_A(t), \dot{y}_A(t)$ отримуємо після нескладних перетворень третє рівняння руху машини

$$\gamma(t) = \frac{V \cdot \sin(\alpha_B(t) - \alpha_A(t))}{L_{AB} \cdot \cos(\alpha_B(t))} \quad (4)$$

У припущенні 4) про малі кути диференціальні уранення (1), (2), (4) після їх лінеаризації можна записати в більш простому вигляді:

$$\dot{x}_A(t) = V \quad (5)$$

$$\begin{cases} \dot{y}_A(t) = V(\gamma(t) + \alpha_A(t)) \\ \dot{\gamma}(t) = \frac{V}{L_{AB}}(\alpha_B(t) - \alpha_A(t)) \end{cases} \quad (6)$$

Рівняння (5) відразу інтегрується і тому далі не розглядатиметься

$$x_A(t) = V \cdot t \quad (7)$$

для простоти прийнято $x_A(0) = 0$).

Надалі нам знадобляться вирази для координат точок Q і P через узагальнені координати точки A і кут γ . З малюнка неважко бачити, що

$$x_Q = x_A + L_{AQ} \cdot \cos(\gamma); \quad x_P = x_A + L_{AC} \cdot \cos(\gamma) - l \cdot \cos(\varphi + \gamma) \quad (8)$$

$$y_Q = y_A + L_{AQ} \cdot \sin(\gamma); \quad y_P = y_A + L_{AC} \cdot \sin(\gamma) - l \cdot \sin(\varphi + \gamma) \quad (9)$$

де L_{AQ}, L_{AC} – відстань від точки A до точок Q і C на поздовжній осі машини;

l – довжина штанги слідкуючого пристрою.

З урахуванням припущення 4) отримані вище вирази можна лінеаризувати та приблизно записати в більш простому вигляді:

$$x_Q = x_A + L_{AQ}; \quad x_P = x_A + L \quad (10)$$

$$y_Q = y_A + L_{AQ} \cdot \gamma; y_p = y_A + L \cdot \gamma - l \cdot \varphi \quad (11)$$

де застосовано позначення $L = L_{AC} - l$.

Тепер для побудованої нами моделі самохідної машини розглянемо завдання відстеження автоматом водіння рядка $y = f(x)$. Оскільки точка P пристрою постійно знаходиться на рядку, то при $t \geq 0$ повинно виконуватися з урахуванням виду x_p (10) і залежності (7) $x_A(t)$ рівність

$$y_p(t) = f(x_p(t)) = f(V \cdot t + L) \quad (12)$$

Алгоритм вибору управліннь $\alpha_A(t)$ і $\alpha_B(t)$ за значеннями кута φ в автоматі водіння повинен бути таким, щоб помилка відстеження $\omega_Q(t)$ не перевищувала граничної величини ω_q тобто виконувалася нерівність

$$y_Q(t) - f(x_Q(t)) \leq \omega_q$$

Найкращим за точністю відстеження є алгоритм, що забезпечує "ідеальне відстеження", при якому практично весь час руху $\omega_Q(t) = 0$. У цьому випадку має виконуватися з урахуванням виду x_p (10) та залежності $x_A(t)$ (7) рівність

$$y_Q(t) = f(x_Q(t)) = f(V \cdot t + L_{AQ}) \quad (13)$$

Щоб алгоритм вибору управліннь автомата водіння не залежав від невідомої нам заздалегідь функції рядка $f(x)$, ми її виключимо з рівності (13) за допомогою рівності (12). Легко бачити, що

$$f(V \cdot t + L) = f(V \cdot (t + \tau) + L_{AQ}) \quad (14)$$

де τ прийнята величина

$$\tau = \frac{L - L_{AQ}}{V} \quad (15)$$

Тоді рівність (13) з урахуванням (12) та (14) призводить до наступного рівняння "ідеального відстеження"

$$y_Q(t + \tau) = y_p(t) \quad (16)$$

яке з урахуванням виразів (11) записується наступним чином

$$y_Q(t + \tau) + L_{AQ} \cdot \gamma \cdot (t + \tau) = y_A(t) + L \cdot \gamma(t) - l \cdot \varphi(t) \quad (17)$$

Покажемо, що отриманий вислів насправді є інтегральним рівнянням щодо управліннь $\alpha_A(t)$ і $\alpha_B(t)$. У силу рівнянь руху (6) маємо:

$$\gamma(s) = \gamma(t) + \frac{V}{L_{AB}} \cdot \int_t^{\rho} (\alpha_B(s) - \alpha_A(s)) ds$$

$$y_A(t + \tau) = y_A(t) + V \cdot \int_t^{t+\tau} (\gamma(\rho) + \alpha_A(\rho)) d\rho$$

$$\gamma(t + \tau) = \gamma(t) + \frac{V}{L_{AB}} \cdot \int_t^{t+\tau} (\alpha_B(s) - \alpha_A(s)) ds$$

З урахуванням отриманих виразів, а також формули (15) для τ рівняння ідеального відстеження перетворюється після нескладних перетворень на наступне інтегральне рівняння щодо управління $\alpha_A(t)$ і $\alpha_B(t)$.

$$\frac{V^2}{L_{AB}} \cdot \int_t^{t+\tau} \left[\int_t^{\rho} (\alpha_B(s) - \alpha_A(s)) ds \right] d\rho + \frac{V}{L_{AB}} \cdot \int_t^{t+\tau} [L_{AB} \cdot \alpha_B(s) + L_{AB} \cdot \alpha_A(s)] ds + l \cdot \varphi(t) = 0 \quad (18)$$

де L_{QB} – відстань від точки Q до точки B .

Практично неможливо сконструювати систему автоводіння, що виробляє управління $\alpha_A(t)$ і $\alpha_B(t)$ згідно з рівнянням (18). Тому обмежимося його наближеним рішенням, скориставшись припущенням 3).

При малій кривизні рядка $y = f(x)$ час τ , що визначається формулою (15), можна вважати настільки малим, що протягом його управління $\alpha_A(S)$ і $\alpha_B(S)$ практично не змінюються і рівні $\alpha_A(t)$ і $\alpha_B(t)$.

У такому випадку рівняння (18) дає наступний зв'язок між $\alpha_A(t)$, $\alpha_B(t)$ і $\varphi(t)$ і отримуємо наступне

$$\frac{V^2 \cdot \tau^2}{2L_{AB}} \cdot (\alpha_B(t) - \alpha_A(t)) + \frac{V \cdot \tau}{L_{AB}} (L_{AQ} \cdot \alpha_B(t) + L_{QB} \cdot \alpha_A(t)) + l \cdot \varphi(t) \quad (19)$$

З урахуванням виразу (15) для τ одержуємо наступне співвідношення

$$(L_{AQ} + L) \cdot \alpha_B(t) + (2L_{AB} - L - L_{AQ}) \cdot \alpha_A(t) = \frac{2 \cdot l \cdot L_{AB}}{L - L_{AQ}} \varphi(t) \quad (20)$$

Таким чином, при малих τ ми отримали, що $\alpha_A(t)$ і $\alpha_B(t)$ можна вибирати функціями тільки від $\varphi(t)$ (тобто, що не залежать від значень φ в моменти часу, що передують t). При цьому, якщо управління вважати лінійно залежними від $\varphi(t)$

$$\alpha_A(t) = k_A \cdot \varphi(t); \alpha_B(t) = -k_B \cdot \varphi(t) \quad (21)$$

(знаки перед позитивними коефіцієнтами k_A і k_B поставлені з геометричних міркувань, що видно з рисунка), то коефіцієнти k_A і k_B повинні задовольняти, як видно з (20), наступного співвідношення

$$(L_{AQ} + L) \cdot k_B + (L + L_{AB} - 2L_{AB}) \cdot k_A = \frac{2 \cdot l \cdot L_{AB}}{L - L_{AQ}} \quad (22)$$

Висновки.

При цьому приблизно (з точністю до величини порядку τ) буде виконуватися рівняння (18), а значить і (16) "ідеального відстеження". Отже, траєкторія точки Q приблизно повторюватиме траєкторію точки P , тобто відстежуватиметься заздалегідь невідомий рядок $y = f(x)$.

Таким чином, цілком придатними для практичного використання в автоматі водіння машини з двовимірним керуванням є алгоритми виду (20), в яких передавальні коефіцієнти k_A і k_B повинні задовольняти співвідношенню (21).

Список літератури:

1. Шибанов Г.П. Количественная оценка деятельности человека в системах человек – техника. – М.: Машиностроение, 1983. – 263 с.
2. Поляшенко С.О., Парфьонова Н.С. Система автоматичного водіння самохідної колісної машини // Декл. пат. № 71847А Україна, МКИ А01В69/04, № 20031213154; Заявлено 30.12.2003; Опубл. 15.12.2004, Бюл. № 12
3. Лебедев А.Т., Поляшенко С.О., Парфьонова Н.С. Система автоматичного водіння // Декл. пат. № 71844А Україна, МКИ А01В69/04, № 20031213151; Заявлено 30.12.2003; Опубл. 15.12.2004, Бюл. № 12
4. Кашурко А.С., Коробов В.И., Подольский Е.Н. Исследование математической модели самоходной корнеуборочной машины КС-6. // Исследование и изыскание новых рабочих органов сельхозмашин: Сб. науч. тр / ВИСХОМ.-М.:НПО ВИСХОМ: – М., 1975. – Вып.12.– С. 82 - 90.
5. Кашурко А.С., Коробов В.И., Подольский Е.Н., Синяков В.А. Математическая модель автомата вождения самоходной машины, отслеживающего кривую с помощью копира // Вестник Харьковского университета.-1976.- № 134 Математика и механика: – М., – Вып.41.– С. 3-11.
6. Кашурко А.С., Синяков В.А. О кинематическом подходе к описанию движения самоходной сельскохозяйственной машины // Исследование и разработки в области автоматизации сельскохозяйственной техники: Сб. науч. тр / ВИСХОМ.-М.:НПО ВИСХОМ, 1980.- Вып 100,- С. 68.
7. Есипов А.В., Поляшенко С.А Точность движения МТА при межрядной обработке посевов сахарной свеклы // Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства: Зб. наук. пр. Вып. 15, Харків, ХДТУСГ, 2003. – С.

308–314.

8. Поляшенко С.А., Есіпов А.В. Взаимодействие копирующего устройства тракторного агрегата с почвой и усилителем автоматического управления // Тракторная энергетика в растениеводстве: Сб. науч. тр. Вып. 6, Харьков, ХГТУСХ, 2003. – С. 142–149.
9. Поляшенко С.А., Есіпов А.В. Устойчивость движения копирующего устройства машинно-тракторного агрегата с системой автоматического управления // Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства: Зб. наук. пр. Вып. 29, Харків, ХДТУСГ, 2004. – С. 34–41.
10. Поляшенко С.О., Антипенко А.М., Калінін Є. І., Поляшенко В.С. Прямолинійність руху комбінованого сільськогосподарського агрегату // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства // Зб. наук. пр. Вып. 41 - Харків, ХДТУСГ - 2005, – С. 117–126.
11. Поляшенко С.А., Есіпов О.В., Манойло В.М., Щодо питання точності слідування при автоводінні агрегату з навісним знаряддям // Зб. наук. пр., Вісник ХНТУСГ Випуск №198 «Механізація сільськогосподарського виробництва», - Харків, ХДТУСГ -2019.

References (transliterated):

1. Shibanov G.P. Kolichestvennaya otsenka deyatelnosti cheloveka v sistemakh chelovek – tekhnika. – M.: Mashinostroyeniye, 1983. – 263 s.
2. Polyashenko S.O., Parfonova N.S. Sistema avtomatichnogo vodinnya samokhidnoy kolisnoy mashini // Dekl. pat. № 71847A Ukraїna, MKI A01V69/04, № 20031213154; Zayavleno 30.12.2003; Opubl. 15.12.2004, Byul. № 12
3. Lebedev A.T., Polyashenko S.O., Parfonova N.S. Sistema avtomatichnogo vodinnya // Dekl. pat. № 71844A Ukraїna, MKI A01V69/04, № 20031213151; Zayavleno 30.12.2003; Opubl. 15.12.2004, Byul. № 12
4. Kashurko A.S., Korobov V.I., Podol'skiy Ye.N. Issledovaniye matematicheskoy modeli samokhodnoy korneuborochnoy maliny KS-6. // Issledovaniye i izyskaniye novykh rabochikh organov sel'khoz mashin: Sb. nauch. tr / VISKHOM.-M.: NPO VISKHOM: – M., 1975. – Vyp.12.– S. 82 - 90.
5. Kashurko A.S., Korobov V.I., Podol'skiy Ye.N., Sinyakov V.A. Matematicheskaya model' avtomata vozhdeniya samokhodnoy mashiny, otslezhivayushchego krivuyu s pomoshch'yu kopira // Vestnik Khar'kovskogo universiteta. - 1976.- № 134 Matematika i mekhanika: – M., – Vyp.41.– S. 3-11.
6. Kashurko A.S., Sinyakov V.A. O kinematicheskoy podkhode k opisaniyu dvizheniya samokhodnoy sel'skokhozyaystvennoy mashiny // Issledovaniye i razrabotki v oblasti avtomatizatsii sel'skokhozyaystvennoy tekhniki: Sb. nauch. tr / VISKHOM.-M.: NPO VISKHOM, 1980.- Vyp 100,- S. 68.
7. Yesipov A.V., Polyashenko S.A. Tochnost' dvizheniya MTA pri mezhryadnoy obrabotke posevov sakharnoy svekly // Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства: Зб. наук. пр. Вып. 15, Харків, ХДТУСГ, 2003. – С. 308–314.
8. Polyashenko S.A., Yesipov A.V. Vzaimodeystviye kopiruyushchego ustroystva traktornogo agregata s pochvoy i usilitelem avtomaticheskogo upravleniya // Traktornaya energetika v rasteniyevodstve: Sb. nauch. tr. Vyp. 6, Khar'kov, KHGTUSKH, 2003. – S. 142–149.
9. Polyashenko S.A., Yesipov A.V. Ustoychivost' dvizheniya kopiruyushchego ustroystva mashinno-traktornogo agregata s sistemoy avtomaticheskogo upravleniya // Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства: Зб. наук. пр. Вып. 29, Харків, ХДТУСГ, 2004. – С. 34–41.
10. Polyashenko S.O., Antipenko A.M., Kalinín È. Í., Polyashenko B.S. Pryamolíníyníst' rukhu kombinovanogo sil'skogospodars'kogo agregatu // Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства // Зб. наук. пр. Вып. 41 - Харків, ХДТУСГ - 2005, – С. 117–126.
11. Polyashenko S.A., Èsipov O.V., Manoylo V.M., Shchodo pitannya tochností slídkuvannya pri avtovodínní agregatu z navísnim znaryaddyam // Зб. наук. пр., Вісник ХНТУСГ Випуск №198 «Механізація сільськогосподарського виробництва», - Харків, ХДТУСГ -2019.

Надійшла (received) 30.05.2023 р.

Відомості про авторів / About the Authors

Поляшенко Сергій Олексійович (Polyashenko Sergey) – кандидат технічних наук, доцент, Державний біотехнологічний університет, доцент кафедри тракторів і автомобілів, м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0133-4902>; e-mail: s.polyashenko@gmail.com

Єсіпов Олександр Вікторович (Iesipov Olexander) – кандидат технічних наук, доцент, Державний біотехнологічний університет, доцент кафедри тракторів і автомобілів, м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7395-2892>; e-mail: Iesipov_al@ukr.net

Шушляпін Сергій Володимирович (Shushlyapin Sergey) – кандидат технічних наук, доцент, Державний біотехнологічний університет, доцент кафедри тракторів і автомобілів, м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6638-7832>; e-mail: sergshushlyapin@gmail.com