

Є.І. КАЛІНІН, В.І. АЧКЕВИЧ, О.М. АЧКЕВИЧ, О.М. ПОГОРІЛИЙ

ВИКОРИСТАННЯ КВАДРАТИЧНОГО КРИТЕРІЯ ЯКОСТІ ДЛЯ СИНТЕЗУ СКЛАДНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ КОЛІСНИМИ МАШИНАМИ

Основними труднощами, які виникають при синтезі системного управління колісними машинами за квадратичним критерієм якості, є вибір елементів вагових матриць, при яких синтезована система вимагає динамічних характеристик. Тому в роботі розглянуто питання про встановлення залежності динамічних властивостей оптимальної системи від значень елементів вагової матриці за критерієм якості. Оскільки ці елементи є найбільш важливими параметрами синтезу, то надається можливість призначати вагові коефіцієнти, безпосередньо виходячи з вимог до параметрів перехідного процесу в системі.

Ключові слова: самохідна машина, автоматизована система управління, динаміка, критерій якості, автопілот

E. KALININ, V. ACHKEVYCH, O. ACHKEVYCH, O. POGORILYY

USING A QUADRATIC QUALITY CRITERION FOR THE SYNTHESIS OF COMPLEX CONTROL SYSTEMS

The main difficulties, which are blamed for the synthesis of system control of wheeled machines according to the quadratic criterion of efficiency, are the choice of elementary matrices, with which the system of dynamic characteristics is synthesized. Therefore, in the robot, the information about the establishment of the fallowness of the dynamic powers of the optimal system in terms of the value of the elements of the matrix of the matrix according to the criterion of capacity is considered. Since the number of elements is the most important parameters for the synthesis, it is hoped that it will be possible to recognize the most important coefficients, without intermediary swaying through the parameters of the transitional process in the system.

Key words: self-propelled vehicle, automated control system, dynamics, performance criterion, autopilot.

Вступ.

Автоматизована система управління рухом колісного трактора (автопілот) не замінює механізатора, але завдяки руху за раціональним курсом дозволяє знизити його стомлюваність, підвищити ефективність технологічних процесів і продуктивність виконуваних робіт, а також зменшити витрату палива, насіння та добрив.

Автоматизована система керування рухом трактора повинна не лише визначати його відхилення від заданої траєкторії, а й коригувати напрямок його переміщення з метою тієї самої оптимізації. Для оцінки такої оптимізації можна використовувати квадратичний критерій якості, який дозволяє оцінити ще на етапі проектування синтез складних систем управління.

Аналіз останніх досягнень і публікацій.

В даний час дослідження з підвищення стійкості руху колісних транспортних засобів проводять за двома основними напрямками. Перше з них – розробка автоматизованих систем керування рухом колісної машини, в основі якого лежить принцип зміни крутних моментів, що підводяться до її ведучих коліс.

У разі розподілу сили тяги по всіх колесах можна використовувати всю вагу трактора в якості зчпного, що покращує його динаміку та прохідність, а також дозволяє реалізувати алгоритми керування, що підвищують його керованість та курсову стійкість. Докладно ці методи описані в роботах [1 – 3].

Другий напрямок досліджень — забезпечення стійкості руху транспортного засобу шляхом автоматичного коригування кута повороту керованих коліс [4–9]. У публікаціях [10, 11] розглянуті комбінації перерахованих вище способів керування.

При цьому, основними труднощами, які виникають при синтезі системного управління колісними машинами за квадратичним критерієм якості, є вибір елементів вагових матриць, при яких синтезована система вимагає динамічних характеристик.

Мета та постановка задачі.

Метою даної роботи є синтез методики встановлення залежності між значеннями коренів характеристичного рівняння, які в кінцевому рахунку характеризують властивості отриманої оптимальної системи, та елементами цієї матриці критеріїв якості..

Синтез математичної моделі об'єкту керування.

Нехай об'єкт управління описується матричним рівнянням виду:

$$\dot{X} = AX + BU \quad (1)$$

де X – вектор фазових координат системи ($n \times 1$); U – вектор управління ($p \times 1$); A – матриця динамічних властивостей об'єкта ($n \times n$); B – матриця коефіцієнтів посилення за керуючими впливами ($n \times p$). Надалі розширимо вектор U до розміру ($n \times 1$), передбачаючи при цьому стовпці $p+1, p+2, \dots, n$ матриці B рівними нулю. Потрібно мінімізувати квадратичний критерій якості виду:

$$I(U) = \int_{t_0}^{\infty} (x^T \Phi X + U^T \Psi U) dt \quad (2)$$

Розв'яжемо поставлене завдання на умовний екстремум методом класичного варіаційного обчислення. Для цього складемо допоміжний функціонал виду:

$$I_0(U) = \int_{t_0}^{\infty} [(X^T \Phi X + U^T \Psi U) - 2\lambda^T (\dot{X} - AX - BU)] dt \quad (3)$$

де λ – множник Лагранжа.

Розв'язання варіаційної задачі мінімізації функціоналу (3) для системи (1) дає систему рівнянь наступного вигляду:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU; \\ \dot{\lambda} &= -\Phi X - A^T \lambda; \\ U &= -\Psi^{-1} B^T \lambda. \end{aligned} \quad (4)$$

Підставивши значення U в перше рівняння системи (4), отримаємо:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX - B\Psi^{-1}B^T \lambda; \\ \dot{\lambda} &= -\Phi X - A^T \lambda. \end{aligned} \quad (5)$$

Для отримання оптимального рівняння розв'яжемо систему (5), передбачаючи, що:

$$\lambda = KX \quad (6)$$

де K – поки невідома матриця розміру ($n \times n$).

Помножуючи першу рівність у системі (5) на матрицю K і віднімаючи з неї другу рівність цієї системи, остаточно отримаємо:

$$KA + A^T K - KB\Psi^{-1}B^T K + \Phi = 0 \quad (7)$$

З рівняння системи (4) та виразу (6), отримаємо значення оптимуму:

$$U = -\Psi^{-1} B^T KX \quad (8)$$

Систему (5) назвемо допоміжною системою диференціальних рівнянь. Матриця цієї системи A_c дорівнює:

$$A_c = \begin{bmatrix} A & -B\Psi^{-1}B^T \\ -\Phi & -A^T \end{bmatrix} \quad (9)$$

Після обчислення керування U за формулою (8) динаміку оптимальної системи можна описати однорідним матричним рівнянням виду:

$$\dot{X} = (A - B\Psi^{-1}B^T K)X \quad (10)$$

Матриця динамічних властивостей оптимальної замкнутої системи прийме вигляд:

$$A_0 = A - B\Psi^{-1}B^T K \quad (11)$$

а її характеристичне рівняння представляється виразом

$$\Delta(s) = |A_0 - sE| = |A - B\Psi^{-1}B^TK - sE| \quad (12)$$

Запишемо характеристичне рівняння вихідної системи

$$\bar{\Delta}(s) = |A - sE| \quad (13)$$

Очевидно, що має місце рівність виду:

$$|-A^T - sE| = (-1)^n |A^T + sE| = (-1)^n |A + sE| = (-1)^n \bar{\Delta}(-s) \quad (14)$$

Характеристичне рівняння для допоміжної системи (5) з матрицею (9) визначається виразом виду:

$$|A_c - sE| = 0 \quad (15)$$

Записавши очевидну рівність

$$|A_c - sE| = \det \begin{bmatrix} A - sE & -B\Psi^{-1}B^T \\ -\Phi & -A^T - sE \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} E & 0 \\ K & A^T - KB\Psi^{-1}B^T + sE \end{bmatrix} \times \\ \times \begin{bmatrix} A - B\Psi^{-1}B^TK & B\Psi^{-1}B^T \\ 0 & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & 0 \\ K & -E \end{bmatrix}, \quad (16)$$

Отримаємо

$$|A_c - sE| = (-1)^n \det(A^T - KB\Psi^{-1}B^T + sE) \det(A - B\Psi^{-1}B^TK - sE) = \\ = (-1)^n \Delta(s) \Delta(-s), \quad (17)$$

тобто $2n$ власних значень матриці A_c складаються з власних значень матриці оптимальної системи (10) та їх дзеркального відображення відносно уявної s -площини.

Вираз (11) можна подати у такому вигляді

$$|A_c - sE| = \det \begin{bmatrix} A - sE & 0 \\ -\Phi & E \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} E & -(A - sE)^{-1}B\Psi^{-1}B^T \\ 0 & -(A^T + sE) - \Phi(A - sE)^{-1}B\Psi^{-1}B^T \end{bmatrix} \quad (18)$$

тоді отримаємо

$$|A_c - sE| = \det|A - sE| \det|-(A^T + sE - \Phi(A - sE)^{-1}B\Psi^{-1}B^T)| = \\ = (-1)^n \bar{\Delta}(s) \bar{\Delta}(-s) \det|E - (A^T + sE)^{-1} \Phi(A - sE)^{-1} B\Psi^{-1}B^T|. \quad (19)$$

Використовуючи властивості матриць, з виразу (12) маємо:

$$|A_c - sE| = (-1)^n \bar{\Delta}(s) \bar{\Delta}(-s) \left\{ 1 + \frac{1}{\bar{\Delta}(s) \bar{\Delta}(-s)} \sum_{k_1=1}^n \varphi_{k_1} N_{k_1}(s) N_{k_1}(-s) + \right. \\ + \frac{1}{\bar{\Delta}^2(s) \bar{\Delta}^2(-s)} \sum_{k_2=k_1+1}^n \sum_{k_1=1}^n \varphi_{k_1} \varphi_{k_2} N_{k_1 k_2}(s) N_{k_1 k_2}(-s) + \dots + \frac{1}{\bar{\Delta}^k(s) \bar{\Delta}^k(-s)} \times \\ \times \sum_{k_k=k_{k-1}+1}^n \sum_{k_{k-1}=k_{k-2}+1}^{n-1} \dots \sum_{k_2=k_1+1}^{n-k+2} \sum_{k_1=1}^{n-k+1} \varphi_{k_1} \varphi_{k_2} \dots \varphi_{k_k} N_{k_1 k_2 \dots k_k}(s) N_{k_1 k_2 \dots k_k}(-s) + \dots + \\ \left. + \frac{1}{\bar{\Delta}^n(s) \bar{\Delta}^n(-s)} \varphi_1 \varphi_2 \dots \varphi_n N_{12 \dots n}(s) N_{12 \dots n}(-s) \right\}, \quad (20)$$

де $N_{k_1 k_2 \dots k_n}(s)$ – добуток співмножників, що відповідає кореням, які розташовані у лівій s -напівплощині; $N_{k_1 k_2 \dots k_n}(-s)$ – добуток всіх співмножників, що відповідають кореням, які розташовані у правій s -напівплощині ($k = 1, 2, 3, \dots, n$).

Аналіз результатів досліджень.

Вираз (13) являє собою добуток характеристичного багаточлена оптимальної системи та відповідного йому багаточлена з коренями, які симетричні відносно уявної осі у вигляді явної функції від φ_{kk} . Таким чином, з виразу (13) можна однозначно визначити чисельні значення

вагових коефіцієнтів по заданому спектру матриці динамічних властивостей оптимальної системи.

При використанні виразу (13) для знаходження елементів вагових матриць доцільно застосовувати ПК, особливо для систем, порядок яких $n > 3$.

На першому етапі дослідження всі вагові коефіцієнти критерію якості (2) можна покласти рівними нулю за винятком одного, що стоїть за «найважливішою» фазовою координатою об'єкта.

Якщо система, що отримана, задовольнятиме заданим вимогам, то на цьому можна зупинитися. Якщо ж при розв'язуванні рівнянь динаміки будь-яка фазова координата виходить за межі допустимих значень, то необхідно ввести ваговий коефіцієнт по цій координаті і знову перевірити параметри перехідного процесу.

Оскільки в загальному випадку розмірність вектору управління $U (p \times 1)$ менша за розмірність вектору фазових координат $X (n \times 1)$, тобто $p < n$, то підсумовування за K_k у виразі (13) слід проводити до K_p , оскільки всі багаточлени $N_{k_1 k_2 \dots k_k}(s)$ при $k > p$ обертаються в нуль. Це впливає з того, що при $p < n$ в матриці B , як вказувалося на початку статті, були додані нульові стовпці, а визначники з нульовими стовпцями дорівнюють нулю. У результаті висловленого твердження, розв'язок завдання значно спрощується.

Висновки.

Розглянемо приклад. Нехай маємо наступні матриці:

$$A = \begin{bmatrix} -0,86 & 0,86 & 0 & -0,61 \cdot 10^{-5} & 0,62 \cdot 10^{-3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 4,78 & -4,78 & -0,766 & 0,12 \cdot 10^{-4} & -0,458 \cdot 10^{-3} \\ 257 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -19,4 & -9,57 & 0 & -0,366 \cdot 10^{-4} & -0,056 \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} 0,0248 & 0,84 \cdot 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1,29 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,744 & 0,193 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$\Phi = \text{diag}(\varphi_{11}, \varphi_{22}, \varphi_{33}, \varphi_{44}, \varphi_{55});$$

$$\Psi = E.$$
(21)

Щоб визначити чисельні значення φ_{k_i} , при яких синтезована система задовольняє заданим вимогам, розпишемо визначник $|A_c - sE|$ але викладеною методикою згідно з виразом (13), прийнявши:

$$\varphi_{11} = \varphi_{22} = \varphi_{33} = \varphi_{55} = 0 \text{ а } \varphi_{44} \neq 0$$
(22)

Будемо мати:

$$|A_c - sE| = -\{(s \pm 0,814 \pm 2,19j)(s \pm 2,43 \pm 0,109j) \times \\ \times (s \pm 0,0047) - \varphi_{44} 40,6(s \pm 7,02)(s \pm 6,27)(s \pm 0,0456)\}.$$
(23)

Кореневий годограф при $\varphi_{44} = \text{var}$ представлений на рис. 1, де цифрами 1, 2, 3, 4 позначені значення коренів відповідно при $\varphi_{44} = 0$, $\varphi_{44} = 0,1 \cdot 10^{-4}$, $\varphi_{44} = 0,1 \cdot 10^{-3}$, $\varphi_{44} = 0,1 \cdot 10^{-1}$. Тут вказані корені, що відповідають характеристичному рівнянню матриці оптимальної системи. Виходячи із заданого спектра матриці динамічних властивостей оптимальної системи, однозначно можна визначити елементи вагових матриць у показнику якості і після синтезу оптимального регулятора забезпечити системі задані динамічні властивості.

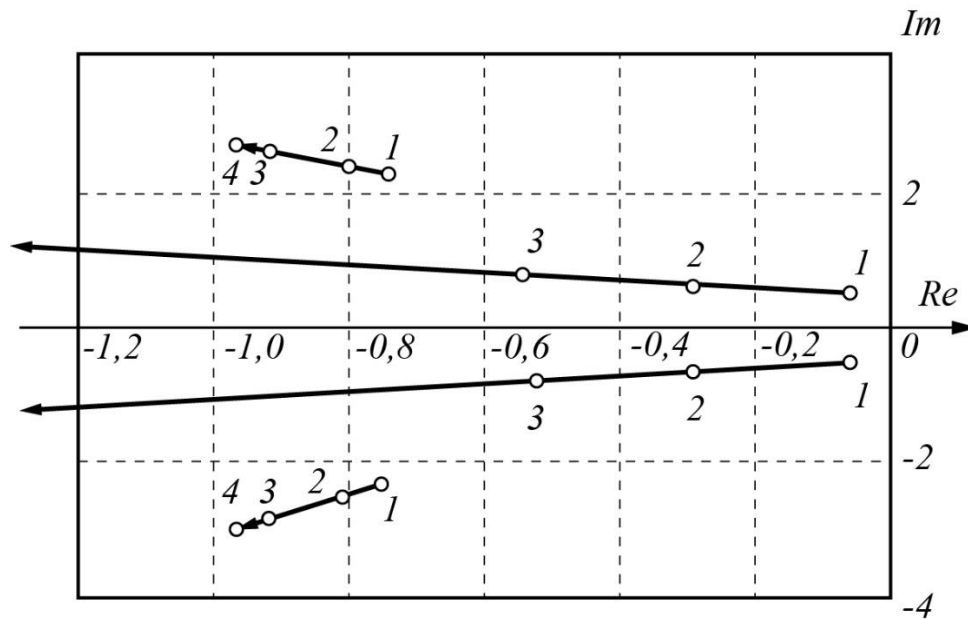


Рис. 1 – Кореневий годограф оптимальної системи

Таким чином, можна казати про те, що запропонована залежність динамічних властивостей оптимальної системи від значень елементів вагової матриці в критерії якості дозволяє визначати вагові коефіцієнти безпосередньо виходячи з вимог до параметрів перехідного процесу в системі.

Список літератури

1. Shuliak, M.; Klets, D.; Kalinin, Y.; Kholodov, A. Selecting a Rational Operation Mode of Mobile Powertrain Using Measuring and Control Complex. In *Proceedings of the 15th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications*. Kherson, Ukraine. 12–15 June 2019. Volume 2387. pp. 141–151.
2. Langson W., Alleyne A. Multivariable bilinear vehicle control using steering and individual wheel torques. *Proceedings of the American Control Conference*. 1997. vol. 2. pp. 1136–1140.
3. Mokhiamar O., Abe M. Active wheel steering and yaw moment control combination to maximize stability as well as vehicle responsiveness during quick lane change for active vehicle handling safety. *Journal of Automobile Engineering*. 2002. vol. 216(2). pp. 115–124.
4. Yang, L. B. Application of artificial intelligence in electrical automation control. *Procedia Computer Science, Proceedings of the 3rd International Conference on Mechatronics and Intelligent Robotics (ICMIR-2019)*. 2020. Vol. 166. pp 292–295.
5. Guijarroa, M. et al. Automatic segmentation of relevant textures in agricultural images. *Computers and Electronics in Agriculture*. 2011. Vol. 75. pp 75–83.
6. Civele, C. Development of an IOT based tractor tracking device to be used as a precision agriculture tool for Turkey's agricultural tractors. *Scholars Journal of Agriculture and Veterinary Sciences*. 2019. Vol. 6, pp. 199–203.
7. Inoue, K., Kaizu, Y., Igarashi, S. & Imou, K. The development of autonomous navigation and obstacle avoidance for a robotic mower using machine vision technique. In *IFAC-Paper, 6 IFAC Conference on Sensing, Control and Automation Technologies for Agriculture AGRICONTROL*. 2019. pp. 173–177.
8. Mogili, U. R. & Deepak, B. B. V. L. Review on application of drone systems in precision agriculture. *Procedia Computer Science, International Conference on Robotics and Smart Manufacturing (RoSMa2018)*. 2018. Vol. 133, pp. 502–509.
9. Akbarzadeh, S., Paap, A., Ahderom, S., Apopei, B. & Alameh, K. Plant discrimination by support vector machine classifier based on spectral reflectance. *Computers and Electronics in Agriculture*. 2018. Vol. 148. pp. 250–258.
10. Wang, A., Zhang, W. & Wei, X. A review on weed detection using ground-based machine vision and image processing techniques. *Computers and Electronics in Agriculture*. 2019. Vol. 158. pp. 226–240.
11. Ren, G., Lin, T., Ying, Y., Chowdhary, G. & Ting, K. C. Agricultural robotics research applicable to poultry production: A review. *Computers and Electronics in Agriculture*. 2020. Vol. 169. pp.105–116.
12. Williams, L. R., Moore, S. T., Bishop-Hurley, G. J. & Swain, D. L. A sensor-based solution to monitor grazing cattle drinking behaviour and water intake. *Computers and Electronics in Agriculture*. 2020. Vol. 168. pp. 105–141.

References (transliterated)

1. Shuliak, M.; Klets, D.; Kalinin, Y.; Kholodov, A. Selecting a Rational Operation Mode of Mobile Powertrain Using Measuring and Control Complex. *In Proceedings of the 15th International Conference on ICT in Education, Research and Industrial Applications*. Kherson, Ukraine. 12–15 June 2019. Volume 2387. pp. 141–151.
2. Langson W., Alleyne A. Multivariable bilinear vehicle control using steering and individual wheel torques. *Proceedings of the American Control Conference*. 1997. vol. 2. pp. 1136–1140.
3. Mokhiamar O., Abe M. Active wheel steering and yaw moment control combination to maximize stability as well as vehicle responsiveness during quick lane change for active vehicle handling safety. *Journal of Automobile Engineering*. 2002. vol. 216(2). pp. 115–124.
4. Yang, L. B. Application of artificial intelligence in electrical automation control. *Procedia Computer Science, Proceedings of the 3rd International Conference on Mechatronics and Intelligent Robotics (ICMIR-2019)*. 2020. Vol. 166. pp 292–295.
5. Guijarroa, M. et al. Automatic segmentation of relevant textures in agricultural images. *Computers and Electronics in Agriculture*. 2011. Vol. 75. pp 75–83.
6. Civele, C. Development of an IOT based tractor tracking device to be used as a precision agriculture tool for Turkey's agricultural tractors. *Scholars Journal of Agriculture and Veterinary Sciences*. 2019. Vol. 6, pp. 199–203.
7. Inoue, K., Kaizu, Y., Igarashi, S. & Imou, K. The development of autonomous navigation and obstacle avoidance for a robotic mower using machine vision technique. *In IFAC-Paper, 6 IFAC Conference on Sensing, Control and Automation Technologies for Agriculture AGRICONTROL*. 2019. pp. 173–177.
8. Mogili, U. R. & Deepak, B. B. V. L. Review on application of drone systems in precision agriculture. *Procedia Computer Science, International Conference on Robotics and Smart Manufacturing (RoSma2018)*. 2018. Vol. 133, pp. 502–509.
9. Akbarzadeh, S., Paap, A., Ahderom, S., Apopei, B. & Alameh, K. Plant discrimination by support vector machine classifier based on spectral reflectance. *Computers and Electronics in Agriculture*. 2018. Vol. 148. pp. 250–258.
10. Wang, A., Zhang, W. & Wei, X. A review on weed detection using ground-based machine vision and image processing techniques. *Computers and Electronics in Agriculture*. 2019. Vol. 158. pp. 226–240.
11. Ren, G., Lin, T., Ying, Y., Chowdhary, G. & Ting, K. C. Agricultural robotics research applicable to poultry production: A review. *Computers and Electronics in Agriculture*. 2020. Vol. 169. pp.105–116.
12. Williams, L. R., Moore, S. T., Bishop-Hurley, G. J. & Swain, D. L. A sensor-based solution to monitor grazing cattle drinking behaviour and water intake. *Computers and Electronics in Agriculture*. 2020. Vol. 168. pp. 105–141.

Надійшла (received) 08.05.2023 р.

Відомості про авторів / About the Authors

Калінін Євген Іванович (Kalinin Evgeny) – доктор технічних наук, професор, Національний університет біоресурсів і природокористування України, завідувач кафедри тракторів, автомобілів та біоенергоресурсів, м. Київ, Україна, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6191-8446>; e-mail: kalinin@nubip.edu.ua.

Ачкевич Василь Іванович (Achkevych Vasyl) – кандидат технічних наук, доцент, Національний університет біоресурсів і природокористування України, доцент кафедри охорони праці та біотехнічних систем у тваринництві, м. Київ, Україна, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1537-6997>; e-mail: achkevychv@gmail.com.

Ачкевич Оксана Миколалівна (Achkevych Oksana) – кандидат технічних наук, доцент, Національний університет біоресурсів і природокористування України, доцент кафедри тракторів, автомобілів та біоенергоресурсів, м. Київ, Україна, ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9878-6563>; e-mail: achkevych@nubip.edu.ua.

Погорілий Олександр Миколайович (Pogorilyu Oleksandr) – Національний університет біоресурсів і природокористування України, доцент кафедри тракторів, автомобілів та біоенергоресурсів, м. Київ, Україна; e-mail: pogolmyk@gmail.com