

*В.М. ЗУБКО, Д.О. ЖИГИЛІЙ, С.П. СОКОЛІК*

## **МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОДІЇ ЖОРСТКОГО КОЛЕСА З ГРУНТОМ З МЕТОЮ ВИЯВЛЕННЯ ЗОН УЩІЛЬНЕНЬ**

Виявлення та видалення плужної підшви є важливою задачею. Сучасні безконтактні пристрої для виявлення плужної підшви не використовуються багатьма агровиробниками через їх високу вартість, а розробка нового більш дешевого сканера дасть можливість невеликим господарствам досліджувати ущільнення ґрунту та вживати необхідних заходів для його розпушування. Особливістю пристрою, який ми розробляємо, є те, що його робочий орган (колесо, диск або сфера) проникає в ґрунт на невелику глибину. Метою даного дослідження є в рамках використаної моделі взаємодії жорсткого колеса і верхнього в'язкопружного та нижнього ущільненого шарів ґрунту отримати залежності, які дозволять визначати параметри такої взаємодії зокрема глибину розташування зони ущільнення. У цій роботі вирішується задача кочення абсолютно жорсткого колеса по в'язкопружному шару неущільненого ґрунту, зчепленому з недеформаційною напівплощиною, що імітує підшву плуга. При формулюванні задачі не враховується податливість циліндра і напівплощини, а для опису властивостей шару ґрунту використовується модель Кельвіна, яка має обмежену в'язкопружну повзучість.

**Ключові слова:** в'язко-пружний шар, модель Кельвіна, напруження, деформація, плужна підшва.

*V. ZUBKO, D. ZHYNYLII, S. SOKOLIK*

## **SIMULATION OF THE INTERACTION OF A RIGID WHEEL WITH THE SOIL FOR THE PURPOSE OF DETECTING ZONES OF COMPACTION**

Identifying and removing plow soles is an important task. Modern non-contact devices for detecting plow soles are not used by many agricultural producers due to their high cost, and the development of a new, cheaper scanner will enable small farms to investigate soil compaction and take the necessary measures to loosen it. The peculiarity of the device we are developing is that its working body (wheel, disk or sphere) penetrates the soil to a small depth. The purpose of this study is to obtain dependencies within the framework of the used model of the interaction between the rigid wheel and the upper viscoelastic and lower compacted layers of the soil, which will allow determining the parameters of such interaction, in particular the depth of the location of the compaction zone. In this paper, the problem of rolling of a completely rigid wheel on a viscoelastic layer of uncompacted soil coupled to a non-deformable half-plane imitating the sole of a plow is solved. When formulating the problem, the compliance of the cylinder and half-plane is not taken into account, and the Kelvin model is used to describe the properties of the soil layer, which has limited viscoelastic creep.

**Key words:** viscoelastic layer, Kelvin model, stress, deformation, plow sole.

### **Вступ.**

Спричинене агротехнікою ущільнення ґрунту, а також природне ущільнення є проблемою для рослинництва та навколишнього середовища, яка потребує окремої уваги. Причиною цього є негативні зміни важливих функцій ґрунту. У практичному точному землеробстві великий інтерес викликають швидкі, зручні та доступні способи та прилади для вимірювання цього показника. Давно відомі різного типу конструкції приладів (твердомірів, пенетрометрів та ін.). Однак значно більші і точніші об'єми інформації можуть дати безперервні способи вимірювання твердості з кореляцією по щільності ґрунту з прив'язкою до координат по GPS і побудовою електронних карт щільності ґрунту. Для цих цілей вже розроблені і застосовують ґрунтові сканери, які функціонують на основі різних фізичних властивостей ґрунту [1].

### **Аналіз останніх досягнень та публікацій.**

Існує багато різних методів визначення глибини підшви плуга, починаючи від ручного вимірювання пенетрометрами і закінчуючи мобільними сканерами, які вимірюють безконтактно. Актуальним є питання зменшення собівартості виконання операцій визначення глибини залягання плужної підшви по всій площі поля.

Для вимірювання твердості ґрунтів використовують пенетрометри - прилади, призначені для введення в ґрунт металевих тіл (плунжерів) певної форми з мінімальним порушенням структури ґрунту. Пенетрометри бувають динамічними і статичними. У першому з них плунжер вводиться в ґрунт за допомогою удару або падіння тягаря (маси). Статичні

пенетрометри вводять плунжер у ґрунт повільно й поступово, уникаючи динамічного ефекту [2-4].

Існує величезна кількість приладів для вимірювання твердості ґрунту. Найпоширенішими з них є твердоміри Горячкіна, Ревякіна, Висоцького та ін. Завдяки своїй простоті та надійності, твердомір Ревякіна отримав найбільшу популярність.

Велику кількість пенетрометрів (Кіріче, Кунце, Флореску-Целлінгера, Гетке та ін.) використовуються також у дослідницькій практиці країн Східної Європи. Їх відмінною рисою є використання не тільки плоских і клиноподібних плунжерів, а й багатьох інших форм. Це розширює можливості вивчення різних типів опорів ґрунтів. Ці пенетрометри доступні і прості у використанні. Але вони не дають можливості отримати точні дані про твердість ґрунту на великій площі. Щоб отримати більше даних, краще використовувати мобільні наземні сканери. Наприклад, SoilXplorer – безконтактний датчик для картографування та зміни глибини обробітку ґрунту за допомогою електромагнітних сигналів для вимірювання провідності ґрунту. За цією ознакою можна визначити зони типу ґрунту, відносної водності, а також площі ущільнення. За допомогою чотирьох приймальних котушок за один прохід «досліджуються» чотири різних шари від 0–25 см, 15–60 см, 55–95 см та 85–115 см. Його можна дуже легко інтегрувати в інші робочі процеси [4, 5].

#### **Мета та постановка задачі дослідження.**

Виявлення та видалення підшви беззаперечно є важливою задачею. Сучасні безконтактні сканери важкодоступні для більшості господарств через високу ціну, тому актуальною є розробка пристроїв, що дозволять агровиробникам виявляти ущільнення ґрунту та вживати необхідних заходів для його розпушування. Перспективними на нашу думку є пристрої механічного типу, які б визначали розташування ущільнених зон ґрунту за допомогою визначення реакцій взаємодії поверхні твердого тіла з ґрунтовим середовищем. Особливістю пристрою, який ми розробляємо, є те, що його робочий орган (диск або циліндр) проникає в ґрунт на невелику глибину.

Метою досліджень є в рамках використаної моделі взаємодії жорсткого колеса і верхнього в'язкопружного та нижнього ущільненого шарів ґрунту отримати залежності, які дозволять визначати параметри такої взаємодії зокрема глибину розташування зони ущільнення.

#### **Основний матеріал та результати дослідження.**

Розглянемо завдання в плоскій постановці для жорсткого колеса і основи, що складається з в'язкопружного неущільненого шару ґрунту товщиною  $A$ , зчепленого з жорсткою напівплощиною плужної підшви.

Схема взаємодії жорсткого колеса з ґрунтом при коченні у веденому режимі показано на рисунку 1.

Безпосередні спостереження показують, що деформування ґрунту колесом, що котиться, в кожний момент часу відбувається переважно по нормалі до обода. Відповідно до цього відносні деформація  $\varepsilon$  і швидкість деформування  $\varepsilon'$  елементарних обсягів в секторах, відповідних кутах  $d\varphi$  на які розбитий весь її масив в межах кута  $\varphi_0$  контакту і товщини  $A$  активного шару (що зазнає деформації), можуть бути представлені так:

$$\varepsilon = \frac{z_0}{l_0} \left( 1 - \frac{\cos(\varphi_0)}{\cos(\varphi)} \right) \quad (1)$$

$$\varepsilon' = \omega \cdot \frac{z_0}{l_0} \cdot \cos(\varphi_0) \cdot \frac{\sin(\varphi)}{\cos^2(\varphi)} \quad (2)$$

де  $z_0$  і  $l_0$  – розміри показані на схемі;  $\varphi_0$  – поточне значення кута контакту;  $\omega$  – кутова швидкість обертання колеса

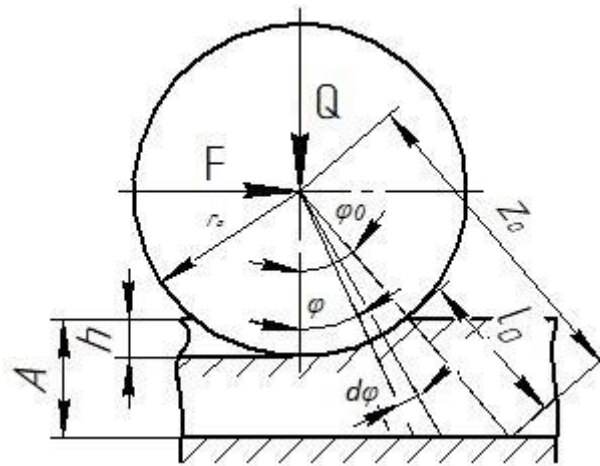


Рис. 1 – Схема деформування ґрунту жорстким колесом

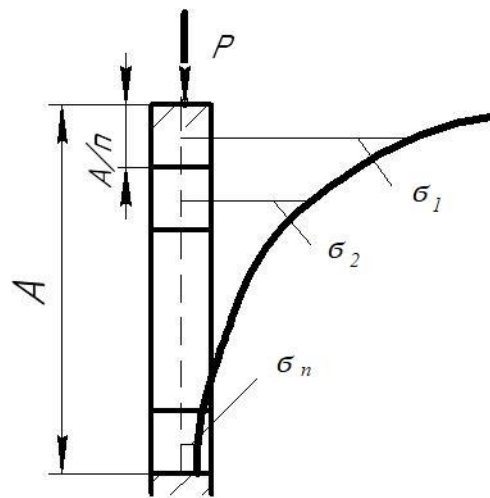


Рис. 2 – Закономірність розподілу напружень за глибиною

Нормальне навантаження колеса  $Q$  і поздовжня сила  $F$ , необхідна для подолання опору коченню, обумовленого процесами взаємодії колеса з ґрунтом, дорівнюють сумам відповідно до нормальних і дотичних елементарних реакцій ґрунту.

Запишемо:

$$Q = \int_0^{\varphi_0} \sigma \cdot \cos(\varphi) \cdot B \cdot r_0 \cdot d\varphi \quad (3)$$

$$F = \int_0^{\varphi_0} \sigma \cdot \sin(\varphi) \cdot B \cdot r_0 \cdot d\varphi \quad (4)$$

де  $\sigma$  – контактне напруження (результуюча) елементарна реакція ґрунту;  $B$  і  $r_0$  – ширина контакту і радіус колеса.

Щоб вирішити ці рівняння, необхідно скористатися аналітичною залежністю між напруженням та деформаціями.

Деформованість ґрунту (його елементарних обсягів) досить повно відбиває модель Кельвіна, якій відповідає реологічне рівняння [6]:

$$\sigma = E_2 \cdot (\varepsilon + \tau' \cdot \varepsilon') \quad (5)$$

де  $E_2$  – модуль деформації;  $\tau'$  час післядії являє собою відношення в'язкості  $\mu_2$  до модуля деформації ( $\tau' = \mu_2/E_2$ ).

У зв'язку з тим, що рівняння (5) застосовується до нескінченно малого обсягу ґрунту у вигляді стрижня кінцевої довжини лише за умови, що напруги по його довжині однакові, а насправді напруги в ґрунті загасають по глибині, розглянемо, за допомогою яких прийомів цей об'єм можна подати у вигляді такого стрижня.

Закономірність розподілу напружень  $\sigma_z$  по глибині  $z$  в напрямку сили  $P$  виражається відповідно до формул Бусінеска [7] так:

$$\sigma_z = K \cdot P / z^2 \quad (6)$$

де  $K$  – безрозмірний множник.

Вплив твердого нижнього шару (плужної підшви) на характер розподілу напружень може бути враховано поправочними коефіцієнтами.

Також (за допомогою коефіцієнтів) коригують формули Бусінеска з наближення розрахункових закономірностей розподілу напружень у м'яких ґрунтах до дійсних.

Виділимо  $n$  однакових шарів ґрунту (рис. 2), відносні деформації  $\varepsilon_i$  яких досить точно можна визначити за формулою:

$$\varepsilon_i = \sigma_i / E \quad (7)$$

де  $\sigma_i$  – середні напруження,  $E$  – коефіцієнт пропорційності, що зв'язує напруження та деформацію в будь-якій точці масиву ґрунту.

Якщо є твердий шар нижче, то  $\sigma_n$  відповідає напруженню в приграничному шарі, а якщо ні – малій деформації ґрунту, якою можна знехтувати.

Якщо глибина залягання точок з напругою відповідно дорівнює:

$$\frac{A}{2n}, \frac{3A}{2n}, \dots, \frac{[1+2(n-1)]A}{2n}, \text{ то}$$

$$\sigma_1 = K \cdot P \cdot \left(\frac{2n}{A}\right)^2, \sigma_2 = K \cdot P \cdot \left(\frac{2n}{3A}\right)^2, \dots, \sigma_n = K \cdot P \cdot \left(\frac{2n}{[1+2(n-1)A]}\right)^2$$

Виразивши напруження  $\sigma_2, \dots, \sigma_n$  через  $\sigma_1$ , отримаємо:

$$\sigma_2 = \sigma_1 \left(\frac{1}{3}\right)^2, \dots, \sigma_n = \sigma_1 \left(\frac{1}{1+2(n-1)}\right)^2$$

Додавання деформацій шарів призводить до наступного результату:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_1}{n \cdot E} \left(1 + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{(1+2(n-1))^2}\right) \quad (8)$$

Причому  $\sigma_1$  можна виразити через напруження в контакт  $\sigma$ , використовуючи безрозмірний множник  $\lambda$  і дані [7] про фактичний розподіл напруг ( $\sigma_1 = \lambda \sigma$ ) Вираз у круглих дужках може бути замінено сумою ряду  $(1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots)$ , яка становить  $\pi^2/8$  і мало відрізняється від цього значення (при  $n=5$  різниця дорівнює 5%, а при  $n=10$  – 1,6%). Тому при досить великому  $n$ :

$$\varepsilon = \sigma \frac{\lambda \cdot \pi^2}{8 \cdot n \cdot E} \quad (9)$$

Рівняння (9) показує, що для елементарного об'єму ґрунту, що деформується колесом (див. рис. 1), справедливе співвідношення:  $\sigma = \varepsilon \cdot E_2$ , де:

$$E_2 = \frac{8 \cdot n}{\lambda \cdot \pi^2} E \quad (10)$$

Очевидно,  $E_2$  – розрахунковий модуль, який можна використовувати для визначення відносної деформації ґрунту за напруженням в контакт. Зауважимо, що відносна деформація об'єму, що розглядається, може бути знайдена за напругою в будь-якій точці  $\sigma_i$ , але щоразу із застосуванням нового значення розрахункового модуля. Справді, виражаючи середню напругу в шарах через  $\sigma_i$  отримаємо:

$$\sigma_n = \sigma_i \cdot \left( \frac{1+2(i-1)}{1+2(n-1)} \right)^2$$

Тому  $\sigma_i = \varepsilon E_2$  де

$$E_2 = \frac{8 \cdot n}{\pi^{2(1+2(i-1))}} E$$

Якщо ґрунт неоднорідний за глибиною і деформації шарів обчислюють за формулами  $\varepsilon_i = \sigma_i E$  то  $\sigma = \varepsilon E_2$   
де

$$E_2 = \frac{n}{\lambda \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{3^2 E_2} + \dots + \frac{1}{(1+2(n-1))^2 E_n} \right)} \quad (11)$$

або  $\sigma_i = \varepsilon E_2$  де

$$E_2 = \frac{n}{(1+2(n-1))^2 \cdot \left( \frac{1}{E_1} + \frac{1}{3^2 E_2} + \dots + \frac{1}{(1+2(n-1))^2 E_n} \right)} \quad (12)$$

Рівняння (10)...(12) дозволяють обчислювати деформації шару ґрунту при нерівномірному розподілі напружень по глибині та підтверджують застосовність виразу (5) до аналізу взаємодії колеса з ґрунтом.

Після відповідних підстановок та інтегрування отримуємо:

$$Q = B \cdot E_2 \cdot r_0 \cdot \frac{z_0}{l_0} \cdot (\sin(\varphi_0) - \varphi_0 \cdot \cos(\varphi_0) - \tau' \cdot \omega \cdot \cos(\varphi_0) \cdot \ln(\cos(\varphi_0))) \quad (13)$$

$$F = B \cdot E_2 \cdot r_0 \cdot \frac{z_0}{l_0} \cdot \cos(\varphi_0) \cdot \left( \frac{1}{\cos(\varphi_0)} - 1 + \ln(\cos(\varphi_0)) + \tau' \cdot \omega \cdot (\tan(\varphi - \varphi_0)) \right) \quad (14)$$

Отримані рівняння, що характеризують взаємодію жорсткого колеса з ґрунтом, можуть бути використані для визначення параметрів  $E_2$   $\tau'$  і  $A$  за експериментальними даними про опір його коченню.

### Висновки.

Розглянуто 2D-контактну задачу для жорсткого колеса, що котиться на в'язкопружному шарі ґрунту, під яким знаходиться нижній ущільнений шар. Для опису в'язкопружних властивостей шару ґрунту використовується модель Кельвіна. Представлено метод розрахунку деформацій та напружень у зоні контакту. Отримано рівняння, що можуть бути використані для визначення параметрів взаємодії жорсткого колеса і ґрунту, зокрема глибину розташування зони ущільнення. Отримані співвідношення в подальшому можливо використовувати для обґрунтування параметрів конструкції механічного пристрою для визначення глибини розташування «плужної підшви».

### Список літератури:

1. Гаврилов С. Проблема плужної підшви у ґрунті та шляхи її вирішення [Електронний ресурс] / С. Гаврилов // Пропозиція. – 2017. – Режим доступу до ресурсу: <https://propozitsiya.com/ua/problema-pluzhnoyi-pidoshvi-u-grunti-ta-shlyahi-yiyi-virishennya>
2. Комісар Є. О., Зубко В. М. Твердість ґрунту - огляд сучасних методів та пристроїв. Вісник Сумського національного аграрного університету. Серія: Механізація та автоматизація виробничих процесів, №4 (42), 2020, С. 26-31.
3. Антипчук Б. О. Сучасні вимірювачі щільності ґрунту: їх огляд та дослідження застосування ультразвуку для оперативного визначення переущільненої ділянки поля, яке обробляється. Вісник Сумського національного аграрного університету. Серія: Механізація та автоматизація виробничих процесів, №4 (46), 2022, С. 3-10.

4. Переушільнення ґрунту. Причини, наслідки та рішення. [Електронний ресурс] // АМАКО Україна. – 2019. – Режим доступу до ресурсу: <https://amacooint.com/ua/pereuplotnenie-pochvy-prichiny-posledstviya-i-resheniya/>.
5. Бромот І. Ущільнення ґрунту. Все, що треба знати [Електронний ресурс] / І. Бромот // Traktorist.ua. – 2019. – Режим доступу до ресурсу: <https://traktorist.ua/articles/873-uschilnennya-gruntu-vse-scho-treba-znati>.
6. Ковбаса В. П. Механіко-технологічне обґрунтування оптимальної взаємодії робочих органів з ґрунтом: автореф. дис. д-ра техн. наук. Київ, 2006. 35 с..
7. Костюченко М. М. Механіка ґрунтів : навчальний посібник [Електронний ресурс] / М. М. Костюченко // Інтернет-ресурс Київського університету. – geol.univ@kiev.ua. – 2013. – Режим доступу до ресурсу: [http://www.geol.univ.kiev.ua/lib/mehanika\\_gruntiv.pdf](http://www.geol.univ.kiev.ua/lib/mehanika_gruntiv.pdf).

#### References (transliterated):

1. Havrylov S. Problema pluzhnoi pidoshvy u hrunti ta shliakhy yii vyrishennia [Elektronnyi resurs] / S. Havrylov // Propozytsiia. – 2017. – Rezhym dostupu do resursu: <https://propozitsiya.com/ua/problema-pluzhnoyi-pidoshvi-u-grunti-ta-shlyahi-yiyi-virishennya>.
2. Komisar Ye O., Zubko V. M. Tverdist ґрунту - ohliad suchasnykh metodiv ta prystroiv. Visnyk Sumskoho natsionalnoho ahrarnoho universytetu. Seriia: Mekhanizatsiia ta avtomatyzatsiia vyrobnychkykh protsesiv, №4 (42), 2020, S. 26-31.
3. Antypchuk B. O. Suchasni vymiriuvachi shchilnosti ґрунту: yikh ohliad ta doslidzhennia zastosuvannia ultrazvuku dlia operatyvnoho vyznachennia pereushchilnoei dilianky polia, yake obrobliaietsia. Visnyk Sumskoho natsionalnoho ahrarnoho universytetu. Seriia: Mekhanizatsiia ta avtomatyzatsiia vyrobnychkykh protsesiv, №4 (46), 2022, S. 3-10.
4. Pereushchilnennia ґрунту. Prychyny, naslidky ta rishennia. [Elektronnyi resurs] // АМАКО Україна. – 2019. – Режим доступу до ресурсу: <https://amacooint.com/ua/pereuplotnenie-pochvy-prichiny-posledstviya-i-resheniya/>.
5. Bromot I. Ushchilnennia ґрунту. Vse, shcho treba znaty [Elektronnyi resurs] / I. Bromot // Traktorist.ua. – 2019. – Режим доступу до ресурсу: <https://traktorist.ua/articles/873-uschilnennya-gruntu-vse-scho-treba-znati>.
6. Kovbasa V. P. Mekhaniko-tekhnologichne obgruntuvannia optymalnoi vzaiemodii robochykh orhaniv z ґрунтом: avtoref. dys. d-ra tekhn. nauk. Kyiv, 2006. 35 s.
7. Kostiuchenko M. M. Mekhanika hruntiv : navchalnyi posibnyk [Elektronnyi resurs] / M. M. Kostiuchenko // Internet-resurs Kyivskoho universytetu. – geol.univ@kiev.ua. – 2013. – Режим доступу до ресурсу: [http://www.geol.univ.kiev.ua/lib/mehanika\\_gruntiv.pdf](http://www.geol.univ.kiev.ua/lib/mehanika_gruntiv.pdf).

*Надійшла (received) 29.05.2023 р.*

#### *Відомості про авторів / About the Authors*

**Зубко Владислав Миколайович (Vladyslav Zubko)** – д.т.н., професор, Сумський національний аграрний університет, декан інженерно-технологічного факультету, м. Суми, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2426-2772>; e-mail: [zubkovladislav@ukr.net](mailto:zubkovladislav@ukr.net)

**Жигилій Дмитро Олексійович (Zhyhiliy Dmytro)** – к.т.н., доцент, Сумський державний університет, м. Суми Україна; e-mail: [zhigiliy.d@gmail.com](mailto:zhigiliy.d@gmail.com)

**Соколік Сергій Петрович (Sokolik Serhii)** – Сумський національний аграрний університет, старший викладач кафедри агроінжинірингу, м. Суми, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4496-8681>; e-mail: [sokolik1009@gmail.com](mailto:sokolik1009@gmail.com)