

***В. О. КОВАЛЕНКО, О. О. КОВАЛЕНКО, В. В. СТРИЖАК, В. П. СВІРГУН,
М. Г. СТРИЖАК***

ОПТИМІЗАЦІЯ КЕРУВАННЯ МЕХАНІЗМОМ ПОВОРОТУ БАШТОВОГО КРАНА

В статті розглянуто оптимальне за швидкістю оптимальне керування механізмом повороту баштового крану. Складена розрахункова схема за якою отримана математична модель, що описує роботу системи стріловий поворотний кран – вантаж. Отримано розв'язок системи рівнянь та обрано фазові координати, за якими досліджується рух розглядуваної механічної системи. За допомогою принципу максимуму обґрунтовано закони зміни параметру керування, що враховує крутний момент двигуна та оптимальний за швидкістю закон руху механізму повороту, що є основною науковою новизною даної статті. На прикладі крану на колоні вантажопідйомністю 5 т розраховано фазові траєкторії і побудовано графіки зміни динамічних характеристик оптимального за швидкістю руху механізму повороту.

Ключові слова: баштовий кран, механізм повороту, оптимальне керування, принцип максимуму.

V. KOVALENKO, O. KOVALENKO, V. STRYZHAK, V. SVIRGUN, M. STRYZHAK

OPTIMIZATION OF TOWER CRANE SLEWING MECHANISM CONTROL

The article considers the optimal speed-optimal control of the tower crane turning mechanism. A calculation scheme has been compiled according to which a mathematical model has been obtained that describes the operation of the boom rotary crane - cargo system. Solutions of the system of equations are obtained and phase coordinates are chosen, according to which the motion of the considered mechanical system is studied. Using the maximum principle, the laws of change of the control parameter are substantiated, taking into account the engine torque and the speed-optimal law of motion of the turning mechanism, which is the main scientific novelty of this article. On the example of a crane on a column with a lifting capacity of 5 tons, phase trajectories are calculated and graphs are plotted for changing the dynamic characteristics of the rotation mechanism that is optimal in terms of speed.

Keywords: tower crane, slewing mechanism, optimal control, maximum principle.

Вступ і обґрунтування актуальності. Задача керування крановими механізмами з досягненням оптимальних характеристик за різними параметрами налічує кілька десятиліть і вирішується багатьма авторами в різних постановках. На сьогодні актуальність даної задачі залишається високою через значні можливості сучасної керуючої та приводної мікропроцесорної техніки, а також через високі вимоги до ефективності роботи кранів: збільшення робочих швидкостей, висоти піднімання, прискорень, кількості робочих циклів за одиницю часу. Для вантажопідйомних машин з гнучким канатом завдання оптимального керування нерозривно пов'язана із задачею приведення вантажу в точку позиціонування без розгойдування, оскільки заспокоєння вантажу може займати суттєву частину часу робочого циклу механізму і знижувати продуктивність крану.

Огляд досліджень. Проблема оптимального керування механізмами вантажопідйомних машин досліджується вже кілька десятиліть. Велика актуальність даної теми призводить до появи все нових і нових рішень в різних постановках і з урахуванням все нових і нових факторів. Серед досліджень, що присвячені стріловим кранам можна виділити наступні. В статті [1] пропонується здійснювати швидке позиціонування закріпленого на гнучкому підвісі вантажу стрілового крана зі зменшенням енергетичних втрат у приводі з використанням методів лінійної алгебри. Під час досліджень математична модель описувалася із рівняннями подвійного математичного маятника. В статті [2] основна увага приділялася величині втрат електричної енергії в електроприводі лебідки підйому вантажу стрілового крана. Виконано розробку математичної моделі із можливістю рекуперації електроенергії. Теоретичні розрахунки підтверджено експериментальними дослідженнями. У науковій праці [3] авторами основна увага була приділенню визначенню оптимального режиму руху механізму повороту стрілового крана, який дозволяють усувати коливання закріпленого на гнучкому підвісі вантажу під час перехідних режимів руху (пуск, гальмування). Однак у дослідженні [3] не

враховано дію вітрових поривів на закріпленій на гнучкому підвісі вантаж. У статті [4] авторами виконано мінімізацію енергетичних втрат в асинхронному частотно-керованому електроприводі механізму приводу вантажного візка баштового крана. Для оптимізації було використано модифікований метод ME-PSO. Величина енергетичних втрат порівнювалася із прямим пуском та пуском при стандартно налаштованих параметрах частотного перетворювача. В статтях [5-6] авторами розроблено систему не лінійного керування контролером зі зворотнім зв'язком на чотири ступені вільності для морського стрілового крана. Пропоноване керування має можливість мінімізувати розгойдування вантажу, які спричинені від перехідних режимів руху та безпосередньо від розгойдування судна на якому цей кран знаходиться. Однак у пропонованому оптимальному керуванні не враховується відривні пориви, які можуть діяти на вантаж. В статті [7] автором представлено систему керування коливаннями вантажу для покращення роботи кранівника. Основою системи є визначення кута маятника за допомогою нижнього блоку, до якого приєднано інерційний вимірювальний блок, разом із відповідним моделюванням. Таким чином в конструкції крана реалізується активне керування вантажем. Робота машини можлива лише в тому випадку, якщо положення вантажу відомо в реальному часі. Рухи можна виконувати безпечно та з невеликими коливаннями. У статті [8] розповідається про розробку контролера для допомоги в реальному часі оператору баштового крана. Метою роботи контролера є відстеження опорної швидкості роботи оператора, гарантуючи при цьому відсутність хитання, тобто небажаних залишкових коливань вантажу. Для роботи пропонованого контролера використовуються лише вбудовані кранові датчики. У праці [9] представлена модель керування самомонтуючим баштовим краном. Представлена гнучка багатокорпусна модель, виводиться і виконується модальний аналіз. Результати порівнюються з даними вимірювань промислового баштового крана. У роботі [10] на основі лінеаризованих рівнянь Лагранжа отримано модель, що описує коливання сферичного маятника. Однак залишається недостатньо вивченим питання оптимального за швидкістю керування. В роботі [11] проведено аналіз різних підходів до вирішення цього питання, але аналіз проведено для візків мостових кранів, в яких рух відбувається лінійно. Для стрілових кранів ця задача потребує окремого розгляду.

Мета: знайти такі закони керування механізмом повороту стрілового крану, щоб повернути кран з вантажем за мінімально можливий час на заданий кут φ , причому в кінці робочого циклу вантаж не повинен розгойдуватися.

Результати досліджень. Теоретичні засади пошуку законів оптимального керування стріловими кранами. Для вирішення задачі оптимального керування механізмом повороту баштового крану з частотним приводом прийнято двомасову розрахункову схему системи стріловий кран - вантаж рис. 1.

Введемо наступні спрощуючі припущення:

- будемо розглядати лише відхилення вантажу у вертикальній площині, дотичній до траєкторії обертання точки підвісу. Відхиленням вантажу у вертикальній площині, перпендикулярній до дотичної знехтуємо. Таке припущення є актуальним для великої кількості різновидів баштових кранів через малу швидкість повороту стіли (до 1 об/хв в більшості випадків), а також через більшу жорсткість поліспасти в напрямку вздовж стріли;
- сумарні, приведені до вісі обертання крана, моменти інерції електродвигуна, башти та стріли більше моменту інерції вантажу, приведеного до тої самої вісі обертання $J > mr^2$, що має місце в реальних конструкціях. Таке припущення важливе з точки зору керованості системи і впливу точки підвішування вантажу на його рух.
- кутова швидкість обертання крану є обмеженою і зростає до величини $\dot{\varphi}_{nom}$ – швидкості усталеного руху. Накладання цього обмеження є важливим оскільки в переважній більшості випадків впродовж робочого циклу механізм повороту крану досягає номінальної швидкості і працює на ній деякий час.

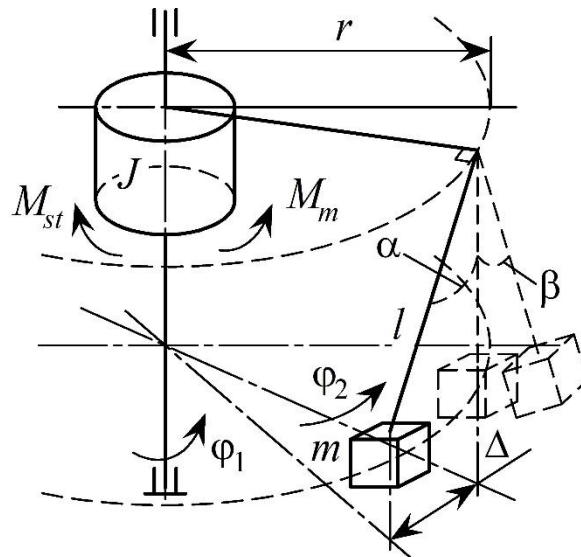


Рис. 1 – Розрахункова схема системи стріловий кран - вантаж

J – сумарні, приведені до вісі обертання крана, моменти інерції електродвигуна, башти та стріли; m – маса вантажу; l – довжина гнучкого підвісу вантажу; r – виліт стріли; Δ – різниця горизонтальних координат вантажу і точки підвісу у вертикальній площині, дотичній до траєкторії обертання точки підвісу; α – кут відхилення вантажу у вертикальній площині, дотичній до траєкторії обертання точки підвісу; β – кут відхилення вантажу у вертикальній площині, перпендикулярній до дотичної; M_{st} – статичний момент опору обертання механізму повороту; M_m – приводний момент двигуна механізму повороту крана; φ_1 , φ_2 – кутові переміщення крана і вантажу відповідно.

Рух механічної системи стріловий кран – вантаж (рис. 1) описується диференціальними рівняннями:

$$\begin{cases} J\ddot{\varphi}_1 + M_{st} + \frac{mg}{l}r^2(\varphi_1 - \varphi_2) = M_m \\ mr^2\ddot{\varphi}_2 - \frac{mg}{l}r^2(\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

де: $\ddot{\varphi}_1$, $\ddot{\varphi}_2$ – прискорення відповідних мас; m – маса вантажу; l – довжина гнучкого підвісу вантажу; J – сумарний момент інерції електродвигуна, башти, стріли, приведений до вісі обертання крана; M_{st} – статичний момент опору обертання механізму повороту

Завдання синтезу законів руху механізму з оптимальною швидкістю розв'язується методами теорії оптимального керування, а саме за допомогою принципу максимуму. Закон оптимального керування шукатимемо на основі параметру керування, що представляє собою функцію зміни в часі крутного моменту двигуна $M_m = f(t)$. Крутний момент двигуна можна збільшувати до критичного значення, після якого відбувається «перекидання». Тому введемо відповідне обмеження. Формою зміни крутного моменту впродовж розгону знехтуємо і перейдемо до поняття середньопускового моменту, що традиційно використовується в розрахунках кранових механізмів. Тоді обмеження прийме наступний вигляд:

$$(M_{al} = f(t)) < K,$$

де K – допустиме значення моменту двигуна; M_{al} – середньо-пусковий момент двигуна.

Для системи рівнянь (1) робимо заміну змінних $\varphi_1 = y_1$; $\dot{\varphi}_1 = y_2$; $\varphi_2 = y_3$; $\dot{\varphi}_2 = y_4$; $y^t = (y_1, y_2, y_3, y_4)$ і отримуємо систему диференціальних рівнянь нижчого порядку:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ y_2 = -\frac{mr^2 g}{Jl} y_1 + \frac{mr^2 g}{Jl} y_3 + U \\ \dot{y}_3 = y_4 \\ y_4 = \frac{g}{l} y_1 - \frac{g}{l} y_3 \end{cases} \quad (2)$$

де $U = \frac{M_{al} - M_{st} \text{sign}\varphi_1}{J}$ – керуючий параметр системи (2).

Відповідна сполучена система має вигляд (3):

$$\begin{cases} \eta_1 = \frac{mr^2 g}{Jl} \eta_2 - \frac{g}{l} \eta_4 \\ \eta_4 = -\mu_3 \\ \eta_3 = -\frac{mr^2 g}{Jl} \eta_2 + \frac{g}{l} \eta_4 \\ \eta_4 = -\mu_3 \end{cases} \quad (3)$$

Загальний розв'язок системи (3)

$$\eta^T = (\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4)$$

$$\begin{cases} \eta_1 = -c_2 - c_3 \lambda \cos(\lambda t + \alpha) \\ \eta_2 = c_1 + c_2 t + c_3 \sin(\lambda t + \alpha) \\ \eta_3 = -\frac{mr^2}{J} c_1 + c_3 \lambda \cos(\lambda t + \alpha) \\ \eta_4 = \frac{mr^2}{J} c_1 + \frac{mr^2}{J} c_2 t - c_3 \sin(\lambda t + \alpha) \end{cases} \quad (4)$$

де: $c_1, c_2, c_3, c_4, \alpha$ – довільні постійні

$$\lambda = \sqrt{\frac{mr^2 g}{Jl} + \frac{g}{l}}$$

Задамо початкові координати системи: $y_1 = \varphi_0, y_2 = 0, y_3 = \varphi_0, y_4 = 0$, при яких $\varphi_0 \geq 0$, де φ_0 – початкова координата шляху двомасової системи. За цільовий стан приймемо початок координат фазового простору системи (2). Складемо функціонал $M(y(t), \eta(t), U(t))$ згідно принципу максимуму для системи (2). Функція Гамільтона прийме вигляд:

$$H = \eta_1 y_2 + \eta_2 \left(-\frac{mr^2 g}{Jl} y_1 + \frac{mr^2}{J} y_3 + U \right) + \eta_3 y_4 + \eta_4 \left(\frac{g}{l} y_1 - \frac{g}{l} y_3 \right).$$

Виконання умови $H = H_{\max}$ відбувається при $U = \max(U \operatorname{sign}(\eta_2))$. Тоді параметр керування приймає вигляд:

при $y_2 < 0$:

$$U_1 = \frac{M_{st} - M_{al}}{J} \quad (5.1) \text{ або}$$

$$U_2 = \frac{M_{st} + M_{al}}{J} \quad (5.2),$$

при $y_2 > 0$ з

$$U_3 = \frac{M_{st} + M_{al}}{J} \quad (5.3), \text{ або}$$

$$U_3 = \frac{M_{al} - M_{st}}{J} \quad (5.4).$$

Розв'язок системи (2) при довільних U і початковому стані $y_0^t = (y_{01}, y_{02}, y_{03}, y_{04})$ має вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1(t) = b_1 + b_2 t - b_3 \frac{mr^2}{J} \cos \lambda t - b_4 \frac{mr^2}{J} \sin \lambda t + \\ \quad + \int_0^t \left[\frac{g}{l\lambda^2} (t - \tau) + \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{g}{l\lambda^3} \right) \sin \lambda (t - \tau) \right] U(\tau) d\tau \\ y_2(t) = b_2 + b_3 \lambda \frac{mr^2}{J} \sin \lambda t - b_4 \lambda \frac{mr^2}{J} \cos \lambda t + \\ \quad + \int_0^t \left[\frac{g}{l\lambda^2} + \left(1 - \frac{g}{l\lambda^2} \right) \cos \lambda (t - \tau) \right] U(\tau) d\tau \\ y_3(t) = b_1 + b_2 J + b_3 \cos \lambda t + b_4 \sin \lambda t + \\ \quad + \int_0^t \left[\frac{g}{l\lambda^2} (t - J) - \frac{g}{l\lambda^3} \sin \lambda (t - \tau) \right] U(\tau) d\tau \\ y_4(t) = b_2 - b_3 \lambda \sin \lambda t + b_4 \lambda \cos \lambda t + \\ \quad + \int_0^t \left[\frac{g}{l\lambda^2} - \frac{g}{l\lambda^2} \cos \lambda (t - \tau) \right] U(\tau) d\tau \end{array} \right. \quad (6)$$

де:

$$b_1 = y_{03} \frac{mr^2}{J + mr^2} + y_{01} \frac{J}{J + mr^2}$$

$$b_2 = y_{04} \frac{mr^2}{J + mr^2} + y_{02} \frac{J}{J + mr^2}$$

$$b_3 = (y_{03} - y_{01}) \frac{J}{J + mr^2}$$

$$b_4 = (y_{04} - y_{02}) \frac{J}{J + mr^2} \cdot \frac{1}{\lambda}$$

З системи (6) знаходимо результат інтегрування:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 y_1(t) = b_1 + b_2 t + \frac{g}{2l\lambda^2} t^2 U_i - b_3 \frac{mr^2}{J} \cos \lambda t - \\
 \quad - b_4 \frac{mr^2}{J} \sin \lambda t - \frac{g}{l\lambda^4} U_i (1 - \cos \lambda t) + \frac{U_i}{\lambda^2} (1 - \cos \lambda t) \\
 y_2(t) = b_2 + b_3 \lambda \frac{mr^2}{J} \sin \lambda t - b_4 \lambda \frac{mr^2}{J} \cos \lambda t + \frac{gU_i}{l\lambda^2} - \\
 \quad - \frac{gU_i}{l\lambda^3} \sin \lambda t + \frac{U_i}{\lambda} \sin \lambda t \\
 y_3(t) = b_1 + b_2 t + b_3 \cos \lambda t + b_4 \sin \lambda t + \frac{gU_i}{2\lambda^2 l} t^2 - \frac{gU_i}{l\lambda^4} (1 - \cos \lambda t) \\
 y_4(t) = b_2 - b_3 \lambda \sin \lambda t + b_4 \lambda \cos \lambda t + \frac{gU_i}{l\lambda^2} - \frac{gU_i}{l\lambda^3} \sin \lambda t
 \end{array} \right. \quad (7)$$

Використовуючи рівняння параметрів керування (5.1 – 5.4) знаходимо рівняння руху системи по траєкторіям фазової площини в обраних координатах:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \left(\lambda \left(y_3 - y_1 + \frac{M_{st} - M_{al}}{J\lambda^2} \right) \right)^2 + (y_2 - y_4)^2 = \\
 = \left(b_3 \lambda^3 \frac{l}{g} \right)^2 + \left(b_4 \frac{l}{g} \lambda^3 \right)^2 + \left(\frac{M_{st} - M_{al}}{J\lambda} \right)^2 + 2b_3 \frac{l}{g} \cdot \frac{M_{st} - M_{al}}{J} \lambda^2 \\
 \left(\lambda \left(y_3 - y_1 + \frac{M_{st} + M_{al}}{J\lambda^2} \right) \right)^2 + (y_2 - y_4)^2 = \\
 = \left(b_3 \lambda^3 \frac{l}{g} \right)^2 + \left(b_4 \frac{l}{g} \lambda^3 \right)^2 + \left(\frac{M_{st} + M_{al}}{J\lambda} \right)^2 + 2b_3 \frac{l}{g} \cdot \frac{M_{st} + M_{al}}{J} \lambda^2 \\
 \left(\lambda \left(y_3 - y_1 - \frac{M_{st} + M_{al}}{J\lambda} \right) \right)^2 + (y_2 - y_4)^2 = \left(b_3 \lambda^3 \frac{l}{g} \frac{M_{st} + M_{al}}{J\lambda} \right)^2 + \left(b_4 \frac{l}{g} \lambda^3 \right)^2 \\
 \left(\lambda \left(y_3 - y_1 + \frac{M_{al} - M_{st}}{J\lambda^2} \right) \right)^2 + (y_2 - y_4)^2 = \left(b_3 \lambda^3 \frac{l}{g} + \frac{M_{al} - M_{st}}{J\lambda} \right)^2 + \left(b_4 \lambda^3 \frac{l}{g} \right)^2
 \end{array} \right. \quad (8)$$

Траєкторіями цих рівнянь в системі координат $(\xi_1; \xi_2)$; є кола з центрами:

$$O_1 \left(\frac{M_{al} - M_{st}}{J\lambda}, 0 \right); O_2 \left(-\frac{M_{al} + M_{st}}{J\lambda}, 0 \right); O_3 \left(\frac{M_{al} - M_{st}}{J\lambda}, 0 \right); O_4 \left(-\frac{M_{al} + M_{st}}{J\lambda}, 0 \right)$$

По цих траєкторіях рухається фазова точка з кутовою швидкістю λ в напрямку проти часової стрілки.

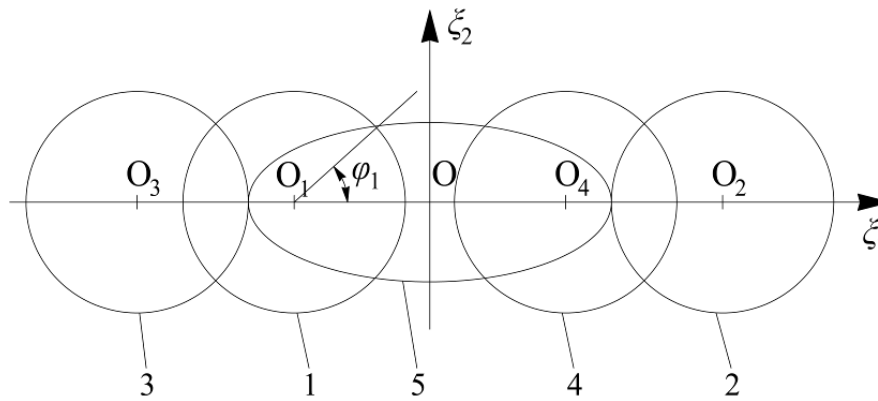


Рис. 2 – Проекції фазової траєкторії при русі без обмежень на величину Δ .

O_1 – центр розгону при русі в прямому напрямку; O_2 – центр гальмування при русі в прямому напрямку; O_3 – центр гальмування в зворотному напрямку руху; O_4 – центр розгону в зворотному напрямку руху. 1 – траєкторія розгону при русі в прямому напрямку; 2 – траєкторія гальмування при русі в прямому напрямку; 3 – траєкторія гальмування при русі в зворотному напрямку; 4 – траєкторія розгону при русі в зворотному напрямку; 5 – траєкторія руху з рівномірною швидкістю

Якщо жодних додаткових обмежень на систему не накладається і робочий цикл не передбачає руху з рівномірною швидкістю, то система повинна перейти з траєкторії 1 на траєкторію 2. Однак ці траєкторії не завжди мають спільні точки, оскільки в кінці робочого циклу система повинна потрапити в початок координат фазового простору. Тому перехід з одного кола на інше відбувається через додаткові траєкторії гальмування і розгону. На практиці це означає, що для того щоб привести систему в цільовий стан, на етапі гальмування з'являється короткий етап розгону.

В умовах, коли механізм повороту досягне номінальної швидкості при розгоні, в робочому циклі механізму з'являється етап руху з постійною швидкістю. Закон керування, що забезпечує такий рух:

$$U(t) = -\frac{mr^2 g}{Jl} \left[(y_{03} - y_{01}) \cos \mu t + (y_{04} - y_{02}) \frac{\sin \mu t}{\mu} \right]$$

$$\mu = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

На фазовій площині $(\xi_1; \xi_2)$ такому руху відповідає траєкторія у формі еліпса з центром в початку координат. Відмінність від випадку з рухом без етапу рівномірного ходу полягає в тому, що перехід на траєкторію гальмування, яка приведе систему в початок координат треба здійснити з еліпсу, а не з кола. Процес гальмування залишається аналогічним і містить етап короткого розгону, який в свою чергу може також закінчуватись переходом на рух з усталеною швидкістю.

На рух системи може накладатися додаткове обмеження – на величину кута відхилення вантажу, який може виходити за нормативні значення через швидкий розгін або несприятливе співпадіння фази коливань і керуючої дії.

Відхилення вантажу позначимо як Δ , яке при постійній довжині канату l буде визначатись виразом $\Delta = r(\varphi_1 - \varphi_2)$. Умова обмеження відхилення вантажу позначатиметься виразом $|\Delta| \leq \Delta_0$. Якщо умова виконується, то вищезазначені обмеження можуть виявитись несуттєвими, і задача приводиться до розглянутих вище прикладів. Виходячи з визначення відхилення вантажу, запишемо умову руху фазової точки в обраній системі координат:

$$\begin{cases} y_1 - y_3 = -\Delta_0 \\ y_2 - y_4 = 0 \end{cases}$$

За таких умов, для уникнення появи відхилення вантажу більшого ніж допустиме, на етапі розгону може з'явитись етап короткого гальмування.

Завдяки фазовій площині і розрахованим траєкторіям руху фазової точки можна знайти таке керування системи, яке буде забезпечувати оптимальну швидкодію, приводити систему в цільовий стан – задану координату із заспокоєними коливаннями вантажу, з усіма обмеженнями накладеними на рух цієї системи.

Не дивлячись на те, що при побудові математичної моделі механізму повороту крану канати вважаються абсолютно гнучкими, в реальних конструкціях має місце деяке згасання розгойдування вантажу. Взяття до уваги цього явища може підвищити точність моделі і точність приведення вантажу в цільовий стан, однак на загальний алгоритм пошуку оптимального керування не впливає. Очевидно, що форма траєкторій, за якими рухається точка на фазовому просторі буде дещо порушена, оскільки в кожен момент часу різниця між змінними y_1 та y_3 , y_2 та y_4 буде зменшуватись. Найбільш відчутний ефект настає на етапі рівномірного руху, коли фазова точка рухається по еліпсу. Якщо вантаж встигає зробити кілька коливань їх амплітуда зменшується і еліпс перетворюється в спіраль за якою фазова точка повільно спрямовується до початку координат

Чисельний експеримент з реалізації оптимального керування на натурному крані.

Приклад реалізації описаних вище теоретичних засад оптимального за швидкодією керування з усуненням коливань вантажу розглянемо на прикладі лабораторного крану на колоні вантажопідйомністю 5 т кафедри «Підйомно-транспортні машини і обладнання» НТУ «ХП» (рис. 3, а). Кран обладнаний системою керування з частотним приводом (рис. 3, б).

Для реалізації автоматичного оптимального керування застосовуються пакети прикладних програм для виконання наступних завдань:

- розрахунку оптимальної траєкторії руху (моментів часу для переключень приводу в режими розгону, рівномірного ходу і гальмування)
- програм, які безпосередньо керують частотним перетворювачем приводу механізму повороту крану.

Параметри крану – вихідні дані для розрахунку оптимального керування наведені в таблиці 1. Прийнята маса вантажу, довжина підвісу вантажу і заданий кут повороту крану обрані таким чином, щоб відповідати найбільш ймовірним значенням цих параметрів, якщо б даний кран експлуатувався в реальних умовах такому режимі роботи, який найбільш притаманний кранам даного типу і призначення. Інші параметри визначені розрахунковим шляхом. Моменти двигуна і статичного опору приведені до вісі обертання крану.

Кран повинен повернутись на заданий кут за найкоротший проміжок часу таким чином, щоб в кінці руху вантаж не розгойдувався.

На рис. 4 показана траєкторія руху точки у фазовому просторі. Потрапляння вантажу в кінцеву точку за мінімальний час має відбуватися по траєкторії, яка складається з наступних етапів – розгону рівномірного ходу, гальмування, короткого розгону і остаточного гальмування. Через врахування згасання коливань вантажу, еліптична траєкторія руху фазової точки під час рівномірного руху має форму спіралі. Кількість кроків спіралі відповідає кількості коливань вантажу, що видно з рис. 5, де представлено зміну в часі кутів повороту φ_1 , і φ_2 , швидкостей крану і вантажу $\dot{\varphi}_1$, і $\dot{\varphi}_2$, кута відхилення канату α , та крутного моменту двигуна M_m . Впродовж розгонів крутний момент приймає найбільше значення і дорівнює середньопусковому моменту M_{al} . Це забезпечує найбільш швидкий розгін і досягнення номінальної швидкості. Швидкість крану при цьому змінюється нелінійно, оскільки на неї має вплив низькочастотне коливання вантажу. На етапі рівномірного ходу крутний момент двигуна є змінним. Його значення коливається в залежності від розгойдування

вантаж, щоб забезпечити усталений рух з найбільш можливою на даному етапі швидкістю – номінальною швидкістю рівномірного ходу. На практиці частотно-регульований привід може реалізувати цей режим за допомогою відповідних налаштувань. Наприкінці робочого циклу і вантаж і кран повернулись на однаковий заданий кут. Кут відхилення вантажу при цьому приходить в нуль і надалі залишається на цьому значенні. На етапі гальмування крутний момент двигуна приймає значення M_m . Оскільки механізм повороту розглядуваного крану не обладнаний гальмом, зменшення швидкості відбувається за рахунок моменту статичного опору. Зниження швидкості можна також забезпечувати і за рахунок частотного перетворювача, щоб досягти максимальної відповідності реального процесу гальмування розрахунковому. В процесі гальмування присутній короткий етап розгону під час якого швидкість не досягає номінального значення, а крутний момент двигуна знов приймає значення середньопускового моменту.

Перевагою даного способу керування є його максимально швидкодія, оскільки на всіх етапах робочого циклу механізм повороту рухається з найбільш можливою швидкістю або прискоренням. Кількість перемикачів приводу при цьому мінімальна.

В розглянутому прикладі розрахунку законів керування вважалось, що на початку руху швидкість вантажу $\dot{\varphi}_2$ і кут відхилення дорівнює нулю. Тобто вантаж нерухомо висить на канаті, що на практиці зустрічається рідко. Крім того, під час руху можуть виникати випадкові впливи, найбільш суттєвим з яких є вітрове навантаження, оскільки баштові крани працюють на відкритому повітрі. Ці фактори можуть призвести до того, що фактичний фазовий стан системи буде відрізнитись від розрахункового і, як результат, система не досягне розрахункового стану. Помилка керування призводить до того, що вантаж не опиняється в заданій точці або після зупинки залишаються остаткові розгойдування вантажу. Ще однією причиною відхилення фактичних параметрів системи від розрахункових є неточність визначення параметрів системи поворотний кран – вантаж, в першу чергу, довжини підвісу вантажу.

Врахування ненульових початкових фазових координат та стійкість до випадкових впливів і неточностей у визначенні параметрів системи може бути напрямком подальших досліджень.

Таблиця 1 – Вихідні дані для розрахунку законів оптимального керування

Параметр	Позначення	Величина
момент інерції [кг]	J	$180 \cdot 10^3$
маса вантажу [кг]	m_1	1500
середньопусковий момент [Н·м]	M_{al}	1120
статичний опір [Н·м]	M_{st}	560
довжина підвісу [м]	l	6
прискорення вільного падіння [м/с^2]	g	9,81
заданий кут повороту [рад]	φ_1, φ_2	0,824

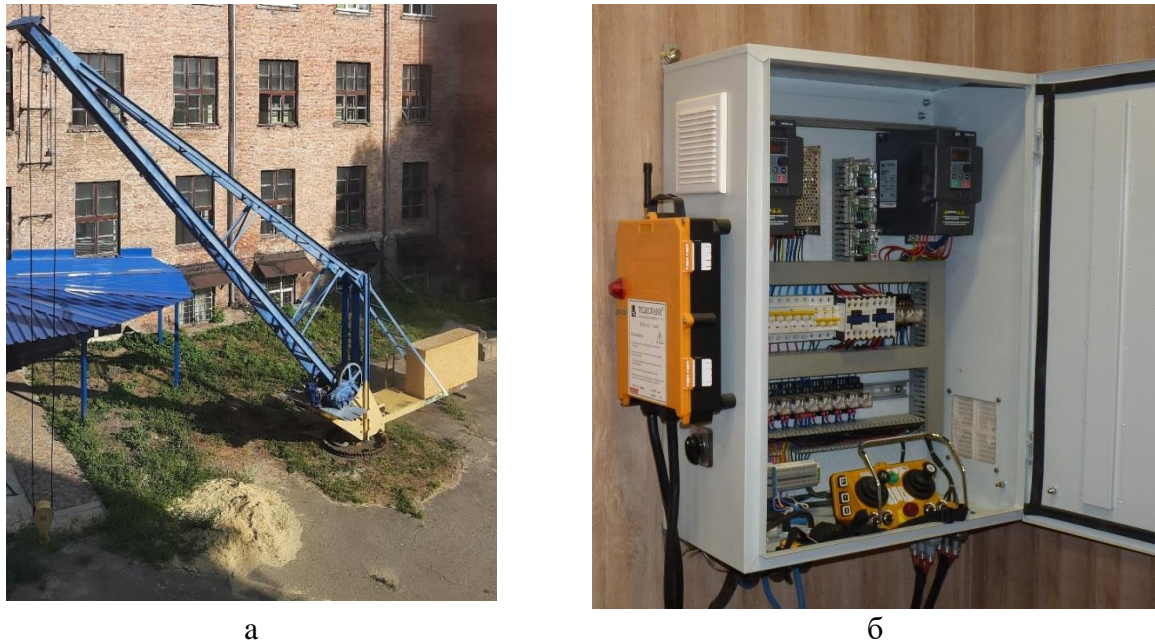


Рисунок 3 – Лабораторний кран для розрахунку законів оптимального керування

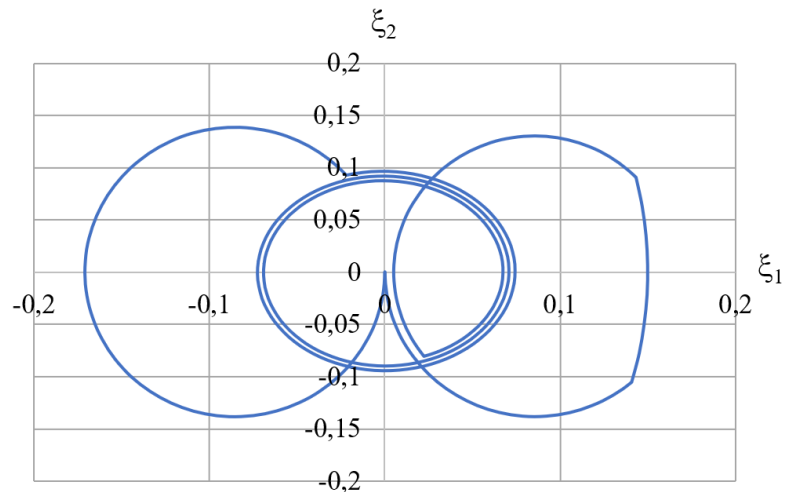


Рисунок 4 – Траєкторія руху фазової точки оптимального за швидкістю повороту крану на колоні вантажопідйомністю 5 т

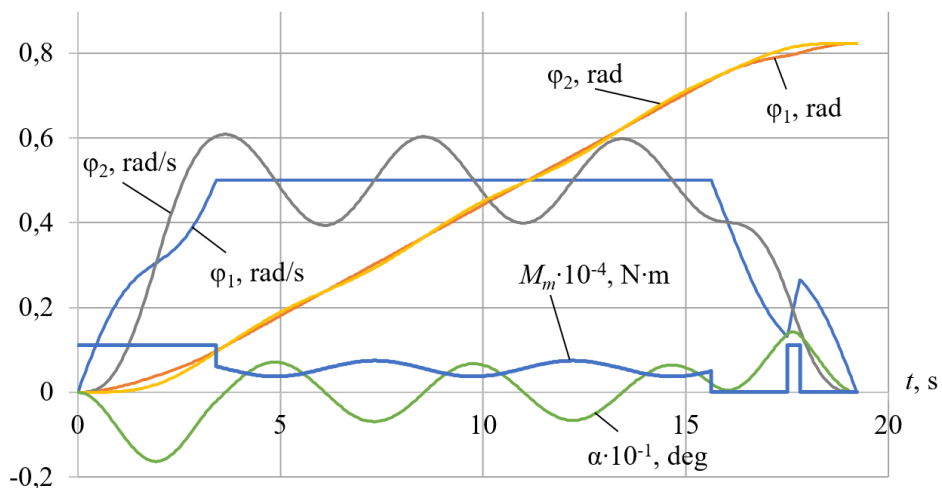


Рисунок 5 – Зміна в часі розрахункових динамічних характеристик руху крану на колоні

Висновки. В статті розв'язана задача знаходження законів керування механізмом повороту стрілового крану. Кран з вантажем виконує поворот за мінімально можливий час на заданий кут φ , причому в кінці робочого циклу вантаж не розгойдується. Розроблена розрахункова схема стрілового крану і складено систему рівнянь, що описують її рух. Знайдено аналітичний розв'язок системи і описано алгоритм знаходження оптимального за швидкодією керування. Розраховано закон оптимального руху механізму повороту лабораторного стрілового крану вантажопідйомністю 5 т впродовж робочого циклу.

Список літератури:

1. Sun N., Wu Y., Chen H., Fang Y. An energy-optimal solution for transportation control of cranes with double pendulum dynamics: Design and experiments. *Mechanical Systems and Signal Processing*. Vol. 102. 2018. Pp. 87–101.
2. He J., Chen Y., Wu K., Zhao Y., Wang Z., Chen Z. Energy flow analysis of crane hoisting system and experimental of potential energy. *Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)*. 2018. Vol. 48. Issue 4. Pp. 1106-1113.
3. Ловейкін В. С., Човнюк Ю. В., Кадикало І. О. Оптимізація режимів руху механізмів обертання вантажопідйомних кранів. *Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія: Техніка та енергетика АПК. Київ, 2017. Вип. 262. С. 177–190.*
4. Ловейкін В.С., Ромасевич Ю.О., Стехно О.В. Оптимізація режиму пуску механізму зміни вильоту вантажу баштового крана. *Підйомно-транспортна техніка. Одеса, 2020. Вип. 1 (62), С. 4-18.*
5. Qian Y., Fang Y., Lu B. Adaptive repetitive learning control for an offshore boom crane. *Automatica*. 2017. Vol. 82. №. 8. Pp. 21–28.
6. Sanfilippo F., Hatledal L. I., Styve A., Pettersen K. Y., Zhang H. Integrated flexible maritime crane architecture for the offshore simulation centre AS (OSC): A flexible framework for alternative maritime crane control algorithms. *IEEE J. Ocean. Eng.* 2016. Vol. 41. №. 2. Pp. 450–461.
7. Englert T. Lastpendeldämpfung für Turmdrehkrane. 30. Internationale Kranfachtagung 2022. Kran 4.0. Erfolge der Digitalisierung Herausgegeben als Begleitband zur gleichnamigen Fachtagung am 11. und 12. Juli 2022 in Magdeburg. Pp. 41-49.
8. Bonnabel, S.; Claeys, X.: The Industrial Control of Tower Cranes: An Operator-in-the-Loop Approach. *IEEE Control Systems Magazine Ausgabe*. Vol. 40 (5). 2020. Pp. 27-39.
9. Thomas, M.; Sawodny, O.: A model to control self-erecting tower cranes with lastic structure. *IFAC-PapersOnLine Ausgabe*. Vol. 53 (2). 2020. Pp 8947-8952.
10. Perig A. V., Stadnik A. N., Deriglazov A. I. Spherical pendulum small oscillations for slewing crane motion. *Hindawi Shock and Vibration*. 2014. Vol. 2. P. 24-31.
11. Grigorov, O., Druzhynin, E., Anishchenko, G., Strizhak, M., & Strizhak, V. (2018). Analysis of various approaches to modeling of dynamics of lifting-transport vehicles. *International Journal of Engineering and Technology(UAE)*, 7(4). <https://doi.org/10.14419/ijet.v7i4.3.19553>.

References (transliterated):

1. Sun N., Wu Y., Chen H., Fang Y. An energy-optimal solution for transportation control of cranes with double pendulum dynamics: Design and experiments. *Mechanical Systems and Signal Processing*. Vol. 102. 2018. Pp. 87–101.
2. He J., Chen Y., Wu K., Zhao Y., Wang Z., Chen Z. Energy flow analysis of crane hoisting system and experimental of potential energy. *Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)*. 2018. Vol. 48. Issue 4. Pp. 1106-1113.
3. Loveykin V. S., Chovnyuk YU. V., Kadykalo I. O. Optymizatsiya rezhymiv rukhu mekhanizmiv obertannya vantazhopidyomnykh kraniv. *Naukovyy visnyk Natsional'noho universytetu bioresursiv i pryrodokorystuvannya Ukrainy. Seriya: Tekhnika ta enerhetyka APK. Kyiv, 2017. Vyp. 262. S. 177–190.*
4. Loveykin V.S., Romasevych YU.O., Stekhno O.V. Optymizatsiya rezhymu pusku mekhanizmu zminy vyl'otu vantazhu bashtovoho krana. *Pidyomno-transportna tekhnika. Odessa, 2020. Vyp. 1 (62), S. 4-18.*
5. Qian Y., Fang Y., Lu B. Adaptive repetitive learning control for an offshore boom crane. *Automatica*. 2017. Vol. 82. №. 8. Pp. 21–28.
6. Sanfilippo F., Hatledal L. I., Styve A., Pettersen K. Y., Zhang H. Integrated flexible maritime crane architecture for the offshore simulation centre AS (OSC): A flexible framework for alternative maritime crane control algorithms. *IEEE J. Ocean. Eng.* 2016. Vol. 41. №. 2. Pp. 450–461.

7. Englert T. Lastpendeldämpfung für Turmdrehkrane. 30. Internationale Kranfachtagung 2022. Kran 4.0. Erfolge der Digitalisierung Herausgegeben als Begleitband zur gleichnamigen Fachtagung am 11. und 12. Juli 2022 in Magdeburg. Pp. 41-49.
8. Bonnabel, S.; Claeys, X.: The Industrial Control of Tower Cranes: An Operator-in-the-Loop Approach. IEEE Control Systems Magazine Ausgabe. Vol. 40 (5). 2020. Pp. 27-39.
9. Thomas, M.; Sawodny, O.: A model to control self-erecting tower cranes with lastic structure. IFAC-PapersOnLine Ausgabe. Vol. 53 (2). 2020. Pp 8947-8952.
10. Perig A. V., Stadnik A. N., Deriglazov A. I. Spherical pendulum small oscillations for slewing crane motion. Hindawi Shock and Vibration. 2014. Vol. 2. P. 24-31.
11. Grigorov, O., Druzhynin, E., Anishchenko, G., Strizhak, M., & Strizhak, V. (2018). Analysis of various approaches to modeling of dynamics of lifting-transport vehicles. International Journal of Engineering and Technology(UAE), 7(4). <https://doi.org/10.14419/ijet.v7i4.3.19553>.

Надійшла (received) 13.12.2022

Відомості про авторів / About the Authors

Коваленко Валентин Олександрович (Valentyn Kovalenko) – кандидат технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», завідувач кафедри «Підйомно-транспортні машини і обладання», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9161-198X>; e-mail: valentyn.kovalenko@khi.edu.ua

Коваленко Олег Олександрович (Oleh Kovalenko) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри «Підйомно-транспортні машини і обладання», м. Харків, Україна; e-mail: oleh.kovalenko@mit.khi.edu.ua.

Стрижак Всеволод Вікторович (Vsevolod Stryzhak) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Підйомно-транспортні машини і обладання», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3032-6004>; e-mail: vsevolod.stryzhak@khi.edu.ua

Свіргун Володимир Петрович (Volodimir Svirgun) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Підйомно-транспортні машини і обладання», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5413-9428>; e-mail: volodimir.svirgun@khi.edu.ua

Стрижак Мар'яна Георгіївна (Mariana Stryzhak) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», доцент кафедри «Деталі машин і гідропневмосистеми», м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3335-4086>; e-mail: mariana.stryzhak@khi.edu.ua